قسم هندسة الاتصالات
المرحلة الثالثه
نظريه المجالات

EM _ 10 _

-1-

Time _ Varying Fields And Maxwell's Eqs.

*- تغير المجالات الكهربائية والمغناطيسية مع الزمن يعني ظهور المشتقة الزمنية لهذه المجالات، مثل:

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \frac{\partial \Phi}{\partial t}, \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

هذا بالاضافه الى التغيرات الموقعية لهذه المجالات (تغيراتها مع الاحداثيات المكانية)، أي ظهور المؤثر ($\vec{\nabla}$).

*- وجود التغيرات الزمنية للمجالات يؤدي الى نشوء ترابط إضافي ما بين التأثيرات الكهربائية والمغناطيسية:

- التغير الزمني للمجال المغناطيسي يولد مجال كهربائي.
- التغير الزمني للمجال الكهربائي يولد مجال مغناطيسي.

*- Faraday's Law:

*- المجال المغناطيسي المتغير مع الزمن يولد قوة دافعة كهربائية (emf) (electromotive force) في مادة موصلة (مثلاً). هذه الـ emf هي فولتية (فرق جهد) بإمكانها أن تسير تيار كهربائي في الموصل.

*- تعطى هذه الفولتية حسب قانون فاراداي:

$$emf = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (V)$$

Φ: الفيض المغناطيسي Magnetic Flux.

*- بالنسبة للمجالات المتغيرة مع الزمن (time-varying)، تضاف حدود جديدة الى البعض من معادلات ماكسويل لتمثيل هذه التغيرات الزمنية :

Diff. form (Point form)	Integral form
$\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t}$ —— ①	$\oint\vec{E}\cdot\vec{dl} = -\int_s \dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot\vec{ds}$ —— ①'
$\vec{\nabla}\times\vec{H} = \vec{J} + \dfrac{\partial\vec{D}}{\partial t}$ —— ②	$\oint\vec{H}\cdot\vec{dl} = I + \int_s \dfrac{\partial\vec{D}}{\partial t}\cdot\vec{ds}$ —— ②'
$\vec{\nabla}\cdot\vec{D} = \rho_v$ —— ③	$\oint_s \vec{D}\cdot\vec{ds} = \int_v \rho_v \, dv$ —— ③'
$\vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0$ —— ④	$\oint_s \vec{B}\cdot\vec{ds} = 0$ —— ④'

← ① & ①' : قانون فاراداي

← ② & ②' : قانون أمبير و يطلق على $\dfrac{\partial\vec{D}}{\partial t}$ تيار الأزاحة (Displacement current).

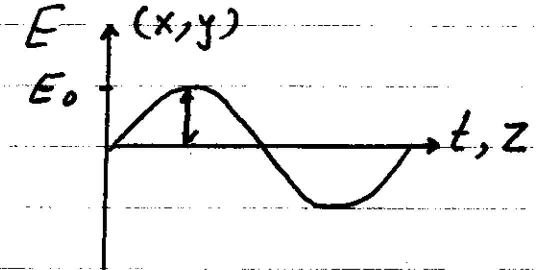
← ③ & ③' : قانون كاوس للمجالات الكهربائية.

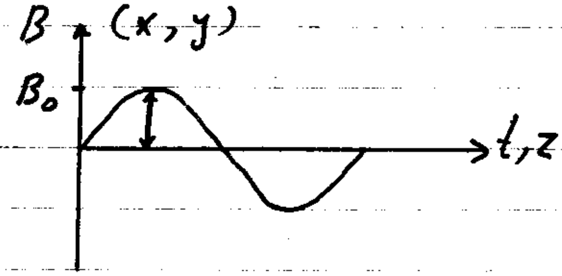
← ④ & ④' : قانون كاوس للمجالات المغناطيسية.

Electromagnetic Waves :

*- وجود مجالات كهربائية ومغناطيسية متغيرة مع الزمن يرافقه انتشار لهذه المجالات بشكل امواج كهرومغناطيسية خلال الفضاء (الفضاء قد يكون وسط مادي أو فضاء حر).

*- أقصى قيمة للمجال المنتشر تسمى: سعة (Amplitude)، وتُمثّل بالمتجهات $\vec{E}$ (أو $\vec{D}$) للمجال الكهربائي، و $\vec{B}$ (أو $\vec{H}$) للمجال المغناطيسي.





Amplitude : E_o (or D_o) , B_o (or H_o)

*- In the case above :

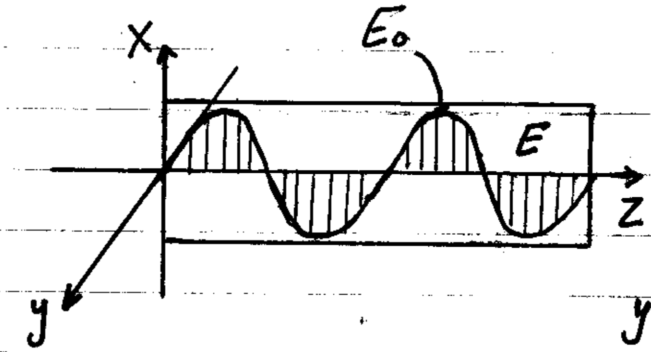
→ Wave propagation : z - direction.

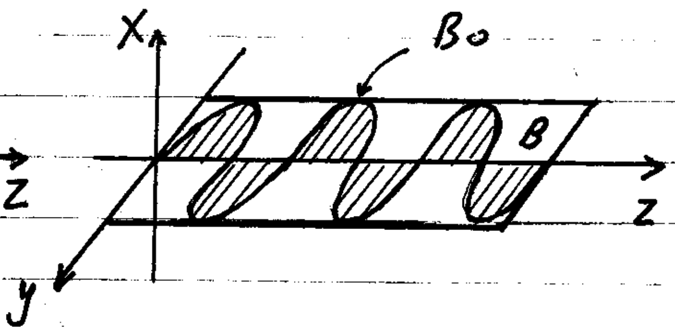
→ $\vec{E} = \vec{E}_x$ or $\vec{E}_y$ (or : $\vec{E} = \vec{E}_x + \vec{E}_y$)

→ $\vec{B} = \vec{B}_y$ or $\vec{B}_x$ (or : $\vec{B} = \vec{B}_x + \vec{B}_y$)

*- In all cases we have $\vec{B} \perp \vec{E}$.

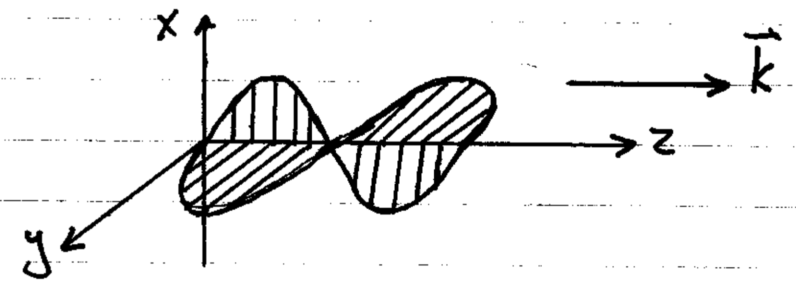
*- في الموجة الكهرومغناطيسية تكون المجالات الكهربائية والمغناطيسية متعامدة مع بعضها وهي في نفس الوقت متعامدة مع اتجاه انتشار الموجة.





$$\vec{E} = \vec{E}_x = \hat{i} E_x \qquad \vec{B} = \vec{B}_y = \hat{j} B_y$$

$$\vec{E}_o = \vec{E}_{xo} = \hat{i} E_{xo} \qquad \vec{B}_o = \vec{B}_{yo} = \hat{j} B_{yo}$$

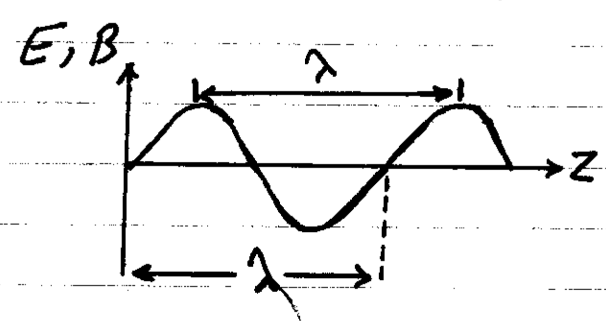


*- $\underline{\vec{k}}$: Propagation vector.

$\underline{\vec{k}}$: متجه الانتشار، وهو متجه باتجاه انتشار الموجة

*- $|\vec{k}| = k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$: Propagation Constant [or, Wave Number].

λ: Wave length.



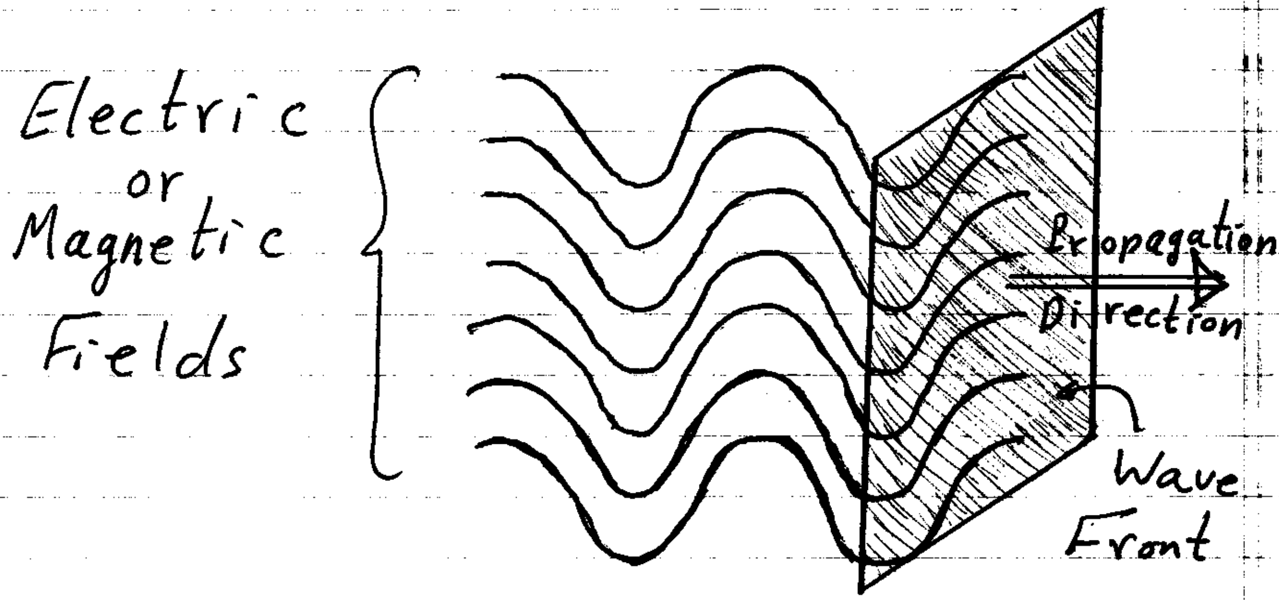
*- For free space:

$k \equiv k_o$

*- (k) is also called: Phase Constant.

Uniform Plane Waves

*- سيتم تناول ما يعرف بالموجات المستوية (المسطحة) (Plane Waves)، والتي تكون فيها المجالات $\vec{E}$ (أو $\vec{B}$) في نفس الطور (Phase) عند جميع النقاط الواقعة على أي مستوي (افتراضي) عمودي على اتجاه انتشار الموجة :



*- Wave Propagation In Free Space

*- In free space : $\rho_v = 0$, $J = 0$

*- Maxwell's eqs. become :

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \epsilon_0 \, \partial \vec{E} / \partial t$$
$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\mu_0 \, \partial \vec{H} / \partial t$$
$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$$
$$\vec{\nabla} \cdot \vec{H} = 0$$

Equation of propagation in free space

*- تعطى معادلة الانتشار للموجات الكهرومغناطيسية المستوية كما يلي :

$$\nabla^2 \vec{E} - (1/v_p^2)\, \partial^2 \vec{E} / \partial t^2 = 0 \quad (5)$$

$$\nabla^2 \vec{B} - (1/v_p^2)\, \partial^2 \vec{B} / \partial t^2 = 0 \quad (5')$$

*- يمكن كتابة معادلات مماثلة للمجالين $\vec{D}$ و $\vec{H}$.

v_p : Phase velocity (السرعة التي تنتشر بها الموجة)

*- In free space : $v_p = c = \dfrac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$.

$c \simeq 3 \times 10^8$ m/s [Speed of light in free space].

*- نأخذ حالة بسيطة : اتجاه المجال الكهربائي باتجاه المحور x ، والمجال المغناطيسي باتجاه المحور y ، واتجاه الانتشار باتجاه المحور z .
← يعطى الحل للمعادلة (5) (مثلاً) بالصيغة :

$$E_x = E_{x0} \cos(\omega t - k_0 z) \quad (6)$$

← الانتشار باتجاه +z .

$$\text{or,}\quad E_x = E_{x0} \cos(\omega t + k_0 z) \quad (6')$$

← الانتشار باتجاه −z .

ω : Angular frequency (rad/s) $= 2\pi f$ {f: frequency}

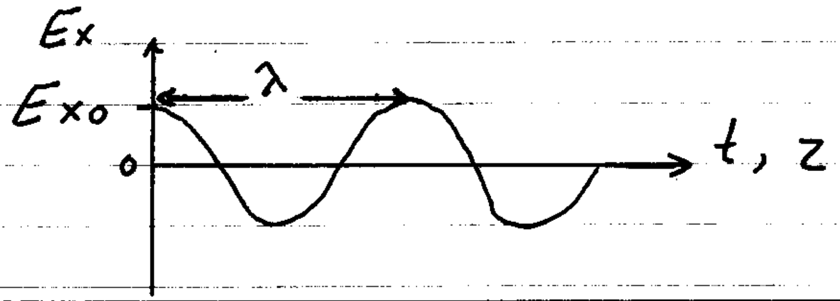
*- $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi f}{\lambda f} = \frac{\omega}{v_p}$

*- In free space, $k = k_o$, $v_p = C$:

$$k_o = \frac{\omega}{c} = \omega\sqrt{\epsilon_o \mu_o}$$

*- In (6) or (6') :

E_{xo} : Amplitude



Phasor Form

*- بالامكان كتابه صيغة E_x المعطاه في (6) كمايلي :

$$E_x = Re\left[E_{xo}\, e^{j(\omega t - k_o z)}\right] \text{———} (a)$$

$(j = \sqrt{-1})$.

$$E_x = Re\left[E_{xo}\{Cos(\omega t - k_o z) + j\,Sin(\omega t - k_o z)\}\right]$$

$$E_x = E_{xo}\,Cos(\omega t - k_o Z)$$

التي تمثل الصيغه (6).

*- من الصيغه ⓐ :

$$E_x = Re\left[E_{xo}\, e^{j\omega t} \cdot e^{-jk_o z}\right]$$

*- يتم تعريف E_{xs} (Phasor) كما يلي:

$$\boxed{E_{xs} = E_{xo}\, e^{-jk_o z}} \quad or \quad \boxed{\vec{E}_{xs} = \vec{E}_{xo}\, e^{-jk_o z}}$$

*- عندها تصبح معادلة الانتشار بصيغه ال Phasor
E_{xs} أو E_s بشكل عام ، كما يلي :

$$\boxed{\nabla^2 \vec{E}_s = -k_o^2\, \vec{E}_s} \text{ ——— ⓑ}$$

*- Eq. ⓑ : Helmholtz eq.

*- يعطى حل المعادلة ⓑ بالنسبه الى E_{xs} كما يلي :

$$\boxed{E_{xs} = E_{xo}\, e^{-jk_o z}} \text{ ——— ⓒ}$$

*- للحصول على الحل الكامل تتم اضافه الحد الزمني $(e^{j\omega t})$
الى الصيغه ⓒ و أخذ الجزء الحقيقي :

$$E_x = Re\left(E_{xs}\, e^{j\omega t}\right) = Re\left[E_{xo}\, e^{-jk_o z}\, e^{j\omega t}\right]$$

$$E_x = Re\left[E_{xo}\, e^{j(\omega t - k_o z)}\right] = E_{xo} \cos(\omega t - k_o z)$$

$$\therefore E_x = E_{xo} \cos(\omega t - k_o z) .$$

Wave Propagation In Dielectrics

*- في المواد العازلة $(k_o \Rightarrow k)$ ، $k = \omega\sqrt{\mu\epsilon}$.

*- بصورة عامة يكون العدد الموجي (Wave No.) (k) كمية معقدة (complex value) ويطلق عليه :
(Complex propagation constant)

*- جرت العادة على كتابة الصيغة المعقدة لـ(k) كما يلي :

$$jk = \alpha + j\beta$$

*- في هذه الحالة تكون صيغة الحل (E_x) لمعادلة الانتشار [5 مثلاً] كما يلي :

$$E_x = E_{xo}\, e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z) \quad \text{—— } (7)$$

{ قارن 7 مع 6 }

*- أو بدلالة الـ Phasor :

$$E_{xs} = E_{xo}\, e^{-\alpha z}\, e^{-j\beta z} \quad \text{—— } (8)$$

{ قارن 8 مع c } .

*- تأثير الصيغة المعقدة لـ (k) هو جعل سعة الموجة (E_{xs}) أو (E_x) تتغير مع مسافة الانتشار (z) التي تقطعها الموجة .

*- If α +ve $\Rightarrow$ Attenuation (إضمحلال)

α: Attenuation Coefficient.

*- If α -ve $\Rightarrow$ Gain (كسب)

α: Gain Coefficient.

Pointing Vector $\vec{P}$

*- $\vec{P} = \vec{E} \times \vec{H}$ $\quad (W/m^2)$

*- اتجاه $\vec{P}$ يشير الى اتجاه انتشار الموجه
حيث أنه عمودي على كل من $\vec{E}$ و $\vec{H}$
كما تشير المعادلة اعلاه.

*- ايضاً، اتجاه $\vec{P}$ يشير الى الاتجاه الآني
لسريان القدرة (Power flow) عند أي
نقطة ؟ أي المعدل الزمني لانتقال الطاقة
الكهرومغناطيسية المخزونه في المجالين الكهربائي
والمغناطيسي.

Propagation In Good Conductors

(Skin Effect)

*- في المواد الموصلة يكون اضمحلال المجالات الكهرومغناطيسية المتغيرة مع الزمن كبير جداً.

*- تمتلك المادة الموصلة توصيلية (σ) عالية وبالتالي تنشأ فيها تيارات كهربائية عند تأثرها بمجالات كهرومغناطيسية متغيرة مع الزمن.

*- هنا ايضاً يكون (k) كمية معقدة ($jk = \alpha + j\beta$)، بحيث أن:

$$\alpha = \beta = \sqrt{\pi f \mu \sigma}$$

*- نأخذ المجال الكهربائي (المركبة E_x تنتشر بالاتجاه z) مثلاً، وهنا يكون الحل لمعادلة الانتشار كما يلي:

$$E_x = E_{xo}\, e^{-z\sqrt{\pi f \mu \sigma}} \cos\left(\omega t - z\sqrt{\pi f \mu \sigma}\right) \quad (9)$$

*- هذه المجال (المتغيرة) E_x تولد تيارات كهربائية في المادة الموصلة عند انتشارها خلالها:

$$J_x = \sigma E_x$$

$$J_x = \sigma E_{xo}\, e^{-z\sqrt{\pi f \mu \sigma}} \cos\left(\omega t - z\sqrt{\pi f \mu \sigma}\right) \quad (10)$$

*- اذا اعتبرنا أن مصدر الموجات الكهرومغناطيسية موجودة عند $(Z=0)$ ، فأن :

$$E_x = E_{x0} \cos(\omega t)$$
$$J_x = \sigma E_{x0} \cos(\omega t)$$
{at $z=0$}.

*- عندما تنتشر الموجة بالاتجاه Z داخل المادة الموصلة فان كل من شدة المجال (E_x) وكثافة التيار (J_x) تقل مع مسافة الانتشار [9 و 10].

(*)- The exponential factor $\left(e^{-z\sqrt{\pi f \mu \sigma}}\right)$ is unity at $z=0$, and decrease to e^{-1} $(=0.368)$ when:

$$Z = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \sigma}}$$
, This distance is denoted by δ:

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \sigma}} = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{\beta}$$

δ : Depth of penetration (or, Skin depth).

Notes:

*- Perfect conductors : $\delta = 0 \Rightarrow$ No time-varying fields can exist in a perfect conductor.

*- Perfect dielectric : $\alpha = 0 \Rightarrow$ No attenuation (lossless medium).

$$v_p = \frac{\omega}{k} = \boxed{\frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \mu_R \epsilon_0 \epsilon_R}}$$

$\hookrightarrow \beta = \omega\sqrt{\mu\epsilon}$

$$v_p = \frac{c}{\sqrt{\mu_R \epsilon_R}}.$$

$\rightarrow$ c: Wave velocity in free space.

$\rightarrow$ Wavelength :

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{\omega\sqrt{\epsilon\mu}} = \frac{1}{f\sqrt{\epsilon\mu}}$$

$$\lambda = \frac{1}{f\sqrt{\epsilon_R \mu_R}\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = \frac{c}{f\sqrt{\epsilon_R \mu_R}}$$

or, $$\lambda = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon_R \mu_R}}$$

$\rightarrow$ λ_0: Wavelength in free space.

*- في الفضاء الحر، اذا كانت المركبه الوحيدة للمجال الكهربائي لموجه كهرومغناطيسية هي (E_x) وكان اتجاه الانتشار بالاتجاه z ، فان مركبه المجال المغناطيسي ستكون بالاتجاه y (H_y) .

- ترتبط E_x و H_y بالعلاقه :

$$\frac{E_x}{H_y} = \sqrt{\frac{\mu_o}{\epsilon_o}}$$

- في أي وسط آخر (عدا الفضاء الحر):

$$\frac{E_x}{H_y} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$$

- يطلق على الكمية $\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$ بالممانعه الذاتية للوسط (intrinsic impedance) ، ويرمز لها (η) (eta):

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$$

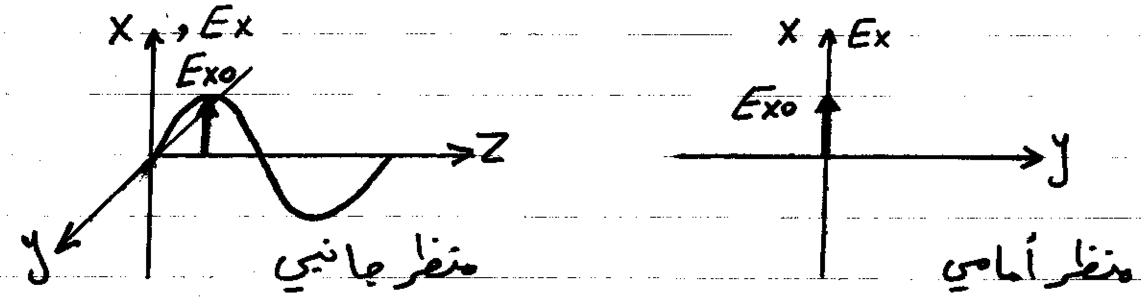
→ Free space : $\eta_o = \sqrt{\frac{\mu_o}{\epsilon_o}}$

η_o : Intrinsic impedance of free space

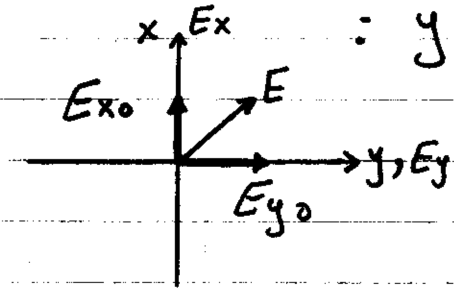
Wave Polarization — الاستقطاب الموجي

* - يعرف استقطاب الموجه بأنه الأتجاه الذي يكون عليه المجال الكهربائي كدالة للزمن عند موقع ثابت (محدد).

* - حالة خاصة ، موجه تنتشر بالاتجاه z ، والمجال الكهربائي بالاتجاه x :

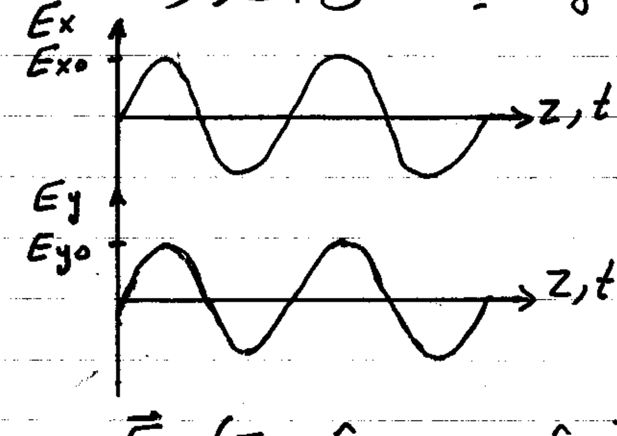


* - كحالة عامه، بالنسبه لموجه تنتشر باتجاه ال z ، فأن المجال الكهربائي يمكن أن يمتلك مركبه باتجاه ال x واخرى باتجاه ال y :



منظر أمامي

* - من الممكن أن E_x و E_y في نفس الطور (فرق الطور صفر) :

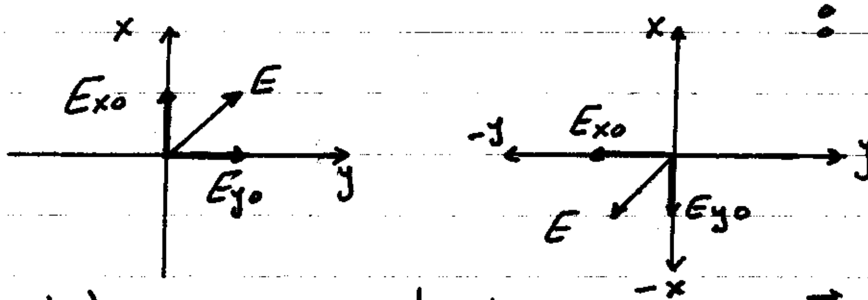


$$\vec{E} = \vec{E}_x + \vec{E}_y = E_x \hat{a}_x + E_y \hat{a}_y$$

$$\vec{E} = E_{ox} \hat{a}_x \cos(\omega t - \beta z) + E_{oy} \hat{a}_y \cos(\omega t - \beta z)$$

$$\vec{E} = (E_{ox} \hat{a}_x + E_{oy} \hat{a}_y) \cos(\omega t - \beta z)$$

*- في هذه الحالة (فرق الطور صفر)، فأن اتجاه استقطاب المجال الكهربائي الناتج يكون ثابت (أي أن الزاويه التي تصنعها E مع الاحداثي x (أول) تكون ثابته خلال القيم الموجبه لـ E، وثابته خلال القيم السالبه لـ E :



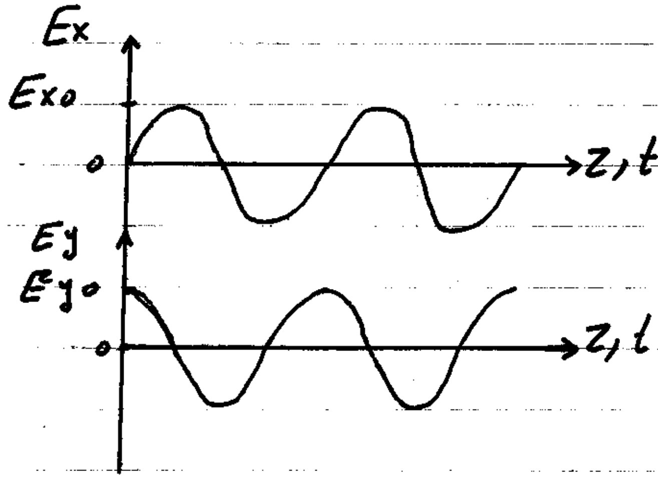
*- أي أن متجه $\vec{E}$ لا يدور حول المحور z، وهذا ما يعرف بالاستقطاب الخطي (linear polarization).

*- بصورة عامة، عند وجود فرق طور (ϕ) بين المجالين E_x و E_y، فأن المجال الناتج E يعطى كما يلي:

$$\vec{E} = E_{xo} \cos(\omega t - \beta z)\hat{a}_x + E_{yo} \cos(\omega t - \beta z + \phi)\hat{a}_y$$

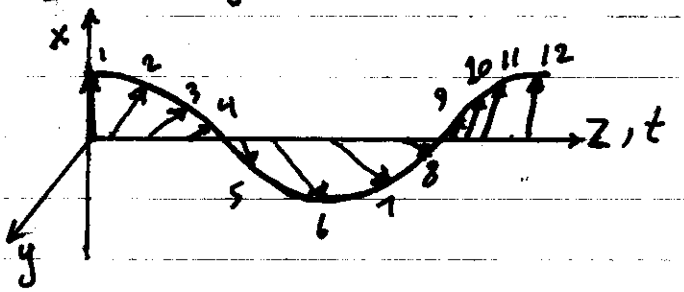
*- وجود فرق في الطور يجعل متجه المجال ($\vec{E}$) يتغير في المقدار والاتجاه في نفس الوقت، أي يدور حول المحور z مع تغير في طوله، مما يجعل نهايه المتجه $\vec{E}$ ترسم مسارات مختلفة اعتماداً على مقدار فرق الطور (ϕ)، وهذا يقود الى وجود انواع من الاستقطاب، واكثرها شيوعاً هو الاستقطاب الأهليلجي (elliptical)، وحالة خاصه منه، وهو الاستقطاب الدائري (circular):

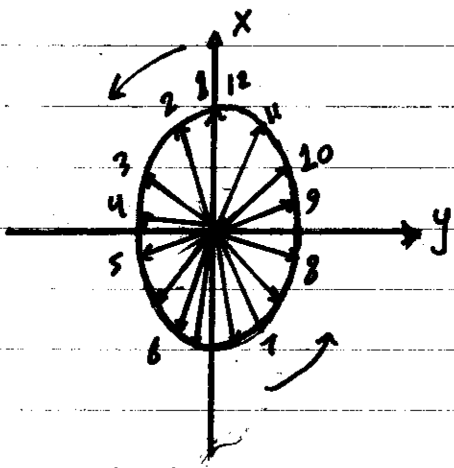
Circular polarization : $E_{xo} = E_{yo} = E_o$, and $\phi = \pm \pi/2$.



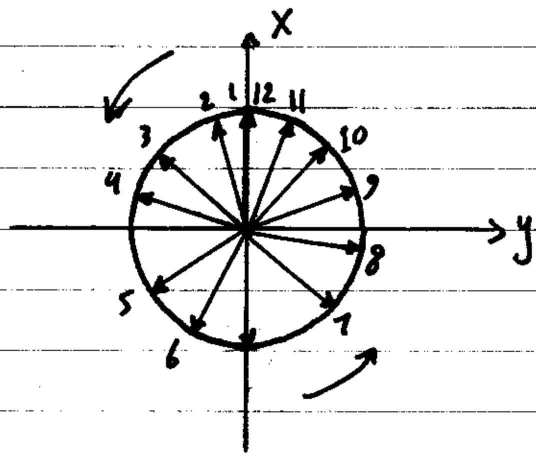
*- وجود فرق طور بین E_x و E_y .

$\vec{E} = \vec{E}_x + \vec{E}_y$



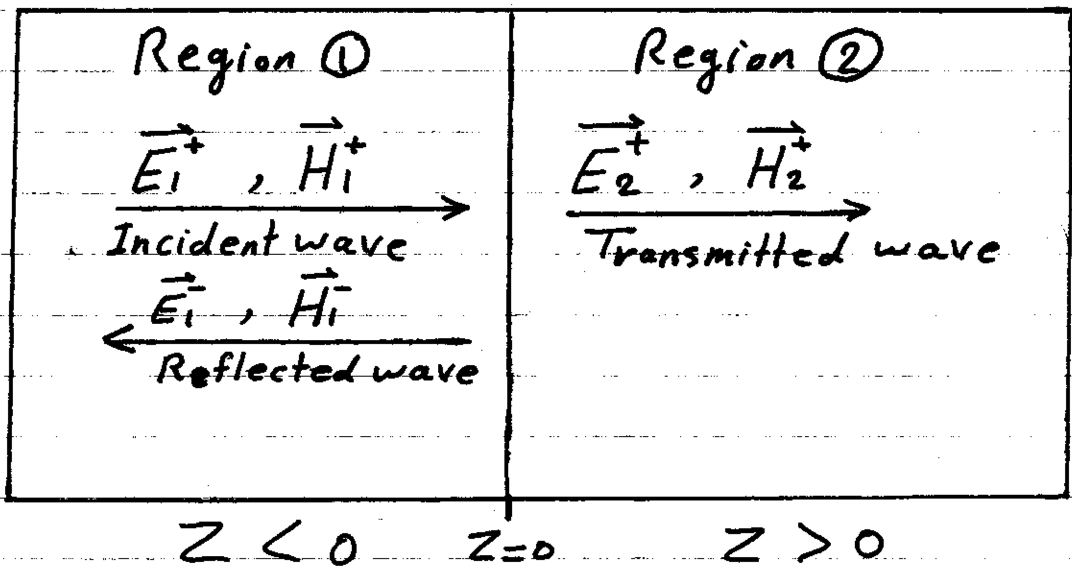


Elliptical
Polarization



Circular
Polarization

Reflection Of Uniform Plane Waves At Normal Incidence



*- سيتم أخذ المركبة (x) للمجال الكهربائي (E_x) :

$$E_x = E_{xo}\, e^{-\alpha Z} \cos(\omega t - \beta Z)$$

*- At $Z = 0$, we have :

$$E^+_{x10} + E^-_{x10} = E^+_{x20}$$

*- نفس الكلام ينطبق على المجال (H) .

*- يطلق على نسبة المجال المنعكس إلى المجال الساقط بمعامل الانعكاس (Γ) (gamma) : (Reflection Coefficient)

$$\Gamma = \frac{E^-_{x10}}{E^+_{x10}} = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1} \qquad (11)$$

→ where : $\eta = \sqrt{\mu / \epsilon}$ ← Intrinsic Impedance

*- كما يعطى معامل النفوذ (المرور) (Transmission Coefficient) كما يلي :

$$\tau = \frac{E^+_{x20}}{E^+_{x10}} = \frac{2\eta_2}{\eta_1 + \eta_2} = 1 + \Gamma$$

*- في حالة تكون الوسط ① مادة عازلة والوسط ② مادة موصلة ، فأن $E^+_{x20} = 0$ لعدم وجود مجالات متغيرة في الموصل الجيد (good conductor) .

*- $\eta_2 = 0$ في الموصلات الجيدة حيث $\eta_2 = \sqrt{\frac{\mu_2}{\epsilon_2}}$

وأن ϵ تتناسب طردياً مع التوصيلية (σ) :

$$\left\{ J = \sigma E \rightarrow J = \sigma \frac{D}{\epsilon} \rightarrow \epsilon = \frac{D}{J} \sigma \right\}$$

← في الموصلات الجيدة تكون التوصيلية (σ_2) كبيرة جداً (∞) ، وبذلك تكون $\eta_2 \approx 0$.

*- من هنا نحصل من (11) على ($\Gamma = -1$) ، أو :

$$E^+_{x10} = - E^-_{x10}$$

*- ∴ المجالين : الساقط والمنعكس متساويان في المقدار ، والاشارة السالبة تدل على أن فرق الطور بينهما 180° .

*- في هذه الحالة، تعطى صيغة المجال الكهربائي على يسار الحد الفاصل $(Z<0)$ كما يلي :

$$E_{x1} = 2E^{+}_{x10} \sin(\beta_1 Z)\ \sin(\omega t) \quad (12)$$

*- المعادلة (12) : معادلة الموجة الثابتة (المستقرة) (Standing Wave Equation)

*- يلاحظ من (12) أن $E_{x1}=0$ عند جميع المواقع (Z) التي تحقق $(\beta_1 Z = m\pi)$ ولجميع القيم الزمنية .

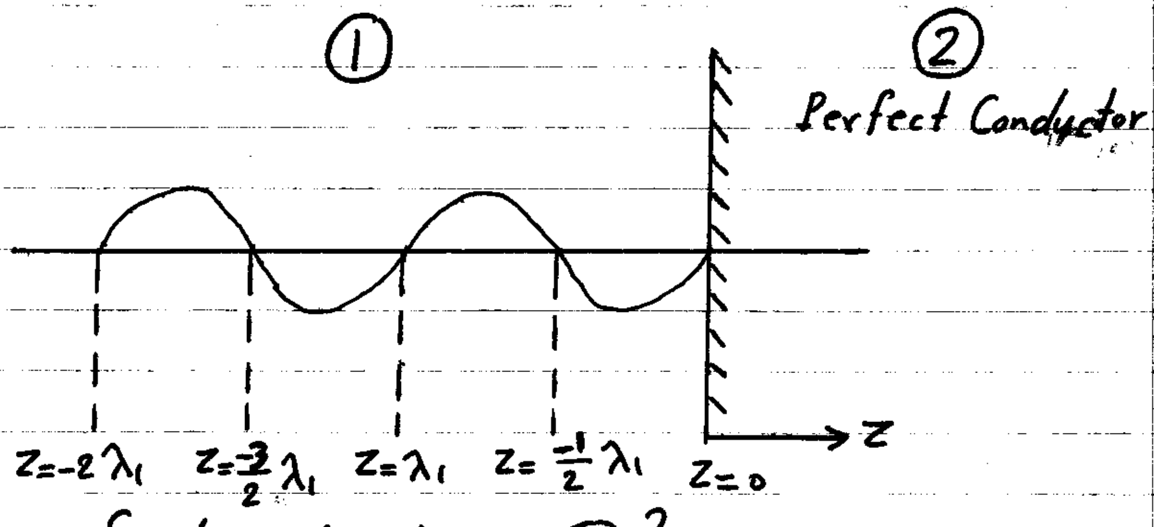
*- من جهة أخرى، تشير المعادلة (12) الى أن $E_{x1}=0$ عند جميع المواقع بلا إستثناء عندما يحقق الزمن (t) ما يلي : $(\omega t = m\pi)$.

*- يطلق على المجال (E في هذه الحالة) الذي يحقق (12) بالموجة المستقرة (Standing Wave) .

$$*-\ \beta_1 Z = m\pi \quad (m=0,\pm 1,\pm 2,\ldots)$$

$$\frac{2\pi}{\lambda_1} Z = m\pi \Rightarrow Z = m\frac{\lambda_1}{2}$$

*- لذلك، فأن $E_{x1}=0$ عند الحد الفاصل $(Z=0)$ وعند جميع المسافات بقيم اعداد صحيحة من انصاف الاطوال الموجية $(m\frac{\lambda_1}{2})$ عن الحد الفاصل في الوسط (1) $\{Z<0\}$.



$\{\omega t=\pi/2$ in eq. (12) $\}$

Standing Wave Ratio

*- في حالة عدم تحقيق انعكاس كلي على الحد الفاصل بين الوسطين (في الفقرة السابقة)، فأن جزء من الموجة الساقطة سوف يمر خلال الوسط (2) والجزء الآخر سوف ينعكس.

*- لا يمكن القول الآن بأن الوسط (1) يحوي على موجة مستقرة فقط، بل موجة مستقرة وأخرى ساقطة. {مع هذا فقد أطلقت تسمية standing wave على المجال في الوسط (1)}.

*- عليه لا يمكن الاستفادة من نتائج (12) في تعيين المواقع (z) في الوسط (1) التي تمثل القيم العظمى والصغرى للمجال.

*- يتم تحديد درجة انتقال المجال في الوسط ① ما بين موجة منتشرة (travelling) ومستقرة (standing) من خلال ما يعرف بنسبة الموجة المستقرة (Standing Wave Ratio) (SWR)، وهي النسبة بين السعة القصوى (max. amplitude) والسعة الصغرى (min. amplitude) ، ويرمز لهذه النسبة بالرمز (S) :

$$S = \frac{E_{xs1.max}}{E_{xs1.min}} = \frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|}$$

*- في هذه الحالة (حالة عدم وجود انعكاس كلي) تعطى المواقع (Z) التي يكون فيها المجال (في الوسط ①) عند القيم القصوى (Z_{max}) والدنيا (Z_{min}) ، كما يلي :

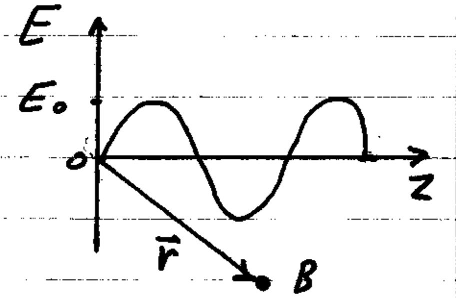
$$Z_{max} = \frac{-1}{2\beta_1} (\phi + 2m\pi)$$

$$Z_{min} = \frac{-1}{2\beta_1} [\phi + (2m+1)\pi]$$

ϕ : فرق الطور بين المجال الساقط والمنعكس .

Plane Wave Propagation In General Directions

$$E = E_0 \cos(\omega t - kz)$$



*- لأجل حساب الطور (E)
عند نقطة عامة مثل (B)
المعرف بالمتجه الموقعي ($\vec{r}$)
الذي لا ينطبق مع اتجاه انتشار الموجة،
فانه يتم التعامل اتجاهيًا مع كل من ($\vec{k}$) و
($\vec{r}$) ، أي بدل kz يكون لدينا $\vec{k}\cdot\vec{r}$ } :

[في الواقع kz هي : $\vec{k}\cdot\vec{z} = kz\cos(0) = kz$

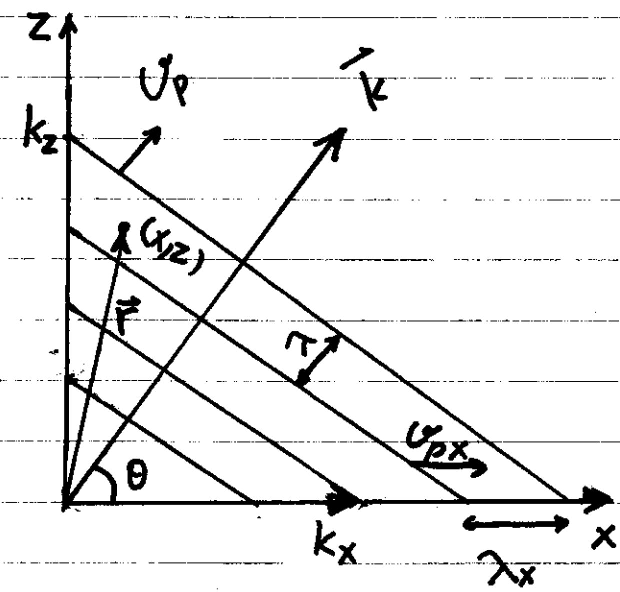
$$E = E_0 \cos(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r})$$

*- في الأوساط المتجانسة ($\vec{k}$) يمثل اتجاه انتشار الموجة.

*- في حالة موجة ينتشر بأي اتجاه ($\vec{k}$) :

*- $\vec{k}$ ما بين اتجاه x و z.
*- تعتبر الوسط متجانس و lossless.

$$k = \beta = \omega\sqrt{\mu\epsilon}$$



Phasor form

$$\vec{E}_s = \vec{E}_o \, e^{-j \vec{k} \cdot \vec{r}}$$

$$\vec{k} = k_x \hat{a}_x + k_z \hat{a}_z$$
$$\vec{r} = x \hat{a}_x + z \hat{a}_z$$

$$\vec{k} \cdot \vec{r} = k_x x + k_z z$$

$$\therefore \vec{E}_s = \vec{E}_o \, e^{-j (k_x x + k_z z)}$$

*- $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{k_z}{k_x}\right) \longleftarrow$ from the figure.

*- In $\vec{k}$ - direction :

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{\sqrt{k_x^2 + k_z^2}}$$

$$v_p = \frac{\omega}{k} = \frac{\omega}{\sqrt{k_x^2 + k_z^2}}$$

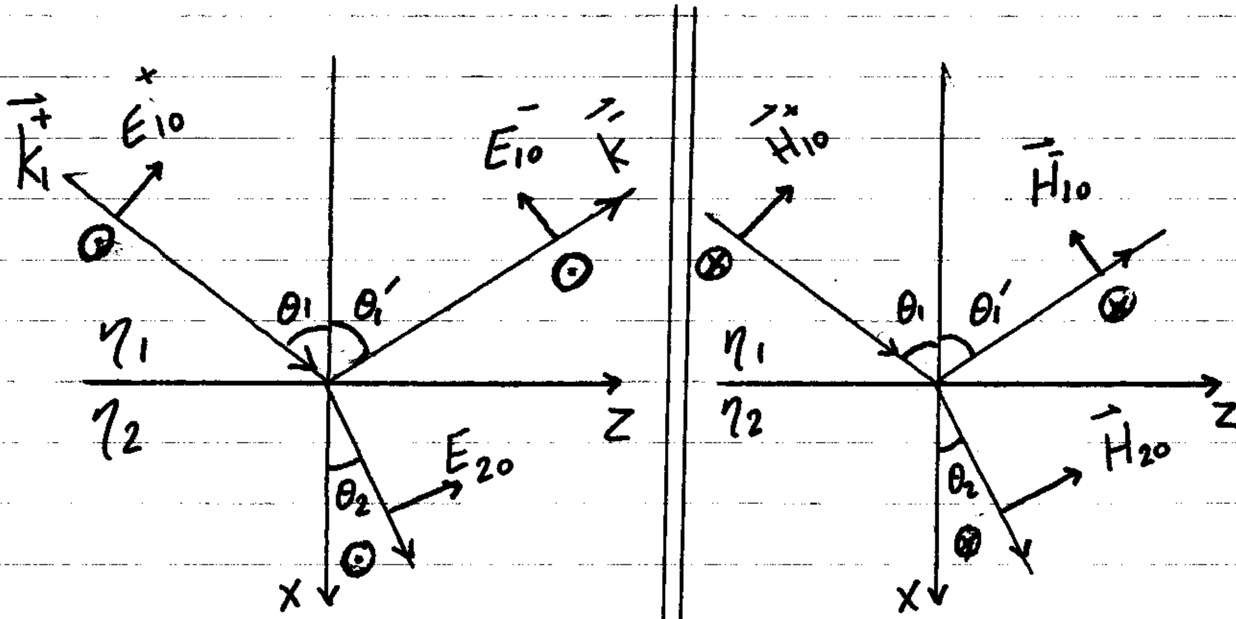
*- In the $\vec{x}$ - direction (for example)

$$\lambda_x = \frac{2\pi}{k_x} \quad , \quad v_{px} = \frac{\omega}{k_x}$$

*- أما التردد ω (أو f) فلا يتغير مع الاتجاه :

$$f = \frac{v_p}{\lambda} = \frac{v_{px}}{\lambda_x} = \frac{\omega}{2\pi}$$

Plane Wave Reflection At Oblique Incidence Angles



P_ Polarization (TM) ($\vec{E}$ in the plane of incidence) S - Polarization (TE) ($\vec{E} \perp$ plane of incidence)

*- The two media are lossless dielectrics .

*- The two media are not magnetic : $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$

*- Refractive index $n = \sqrt{\epsilon_R}$ معامل الانكسار

$$n_1 = \sqrt{\epsilon_{R1}} \quad , \quad n_2 = \sqrt{\epsilon_{R2}}$$

*- $k = \dfrac{\omega}{v_p} = \omega\sqrt{\epsilon\mu} = \omega\sqrt{\epsilon_R \epsilon_0 \mu_0}$

$$k = \omega\sqrt{\epsilon_R}\,\sqrt{\epsilon_0 \mu_0} = \omega\sqrt{\epsilon_R}\,/C$$

$\rightarrow k_1 = \omega\sqrt{\epsilon_{R1}}\,/C = n_1\,\omega/C$

$\rightarrow k_2 = \omega\sqrt{\epsilon_{R1}}\,/C = n_2\,\omega/C$

*- Snell's Law for reflection :

$$k_1 \sin\theta_1 = k_2 \sin\theta_2$$

or, $$\boxed{n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2}$$

*- For P- polarization (E // incidence plane)

→ $$\eta_{1p} = \eta_1 \cos\theta_1$$
$$\eta_{2p} = \eta_2 \cos\theta_2$$

→ Reflection coefficient Γ_p :

$$\Gamma_p = \frac{E_{10}^-}{E_{10}^+} = \frac{\eta_{2p} - \eta_{1p}}{\eta_{2p} + \eta_{1p}}$$

→ Transmission coefficient τ_p :

$$\tau_p = \frac{E_{20}}{E_{10}^+} = \frac{2\eta_{2p}}{\eta_{2p} + \eta_{1p}}$$

*- For S-polarization ($E \perp$ incidence plane)

$$\eta_{1s} = \eta_1 \sec \theta_1$$
$$\eta_{2s} = \eta_2 \sec \theta_2$$

$$\Gamma_s = \frac{E_{10}^-}{E_{10}^+} = \frac{\eta_{2s} - \eta_{1s}}{\eta_{2s} + \eta_{1s}}$$

$$\tau_s = \frac{E_{20}}{E_{10}^+} = \frac{2\eta_{2s}}{\eta_{2s} + \eta_{1s}}$$

Total Reflection

Total reflection occurs when :

$$\sin \theta_1 \geq \frac{n_2}{n_1}$$

(critical angle) (θ_c) هنالك زاوية حرجة للانعكاس الكلي بحيث : -*

$$\sin \theta_c = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\therefore \theta_1 \geq \theta_c \text{ (for total reflection)}$$

Total Transmission

*- يحصل النفوذ الكلي مع المجالات ذات مركبات المجال الكهربائي الموازية لمستوي السقوط (P).

*- For P_ polarization, the condition for total transmission ($\Gamma_p = 0$) is :

$$\sin\theta_1 = \sin\theta_B = \frac{n_2}{\sqrt{n_1^2 + n_2^2}}$$

$\underline{\theta_B}$: Brewster angle

(or, Polarization angle)

*- النفوذ التام (الكلي) يعني لا توجد موجات منعكسة وأن المجالات المتغيرة تنفذ كلياً عبر الحد الفاصل (boundary).

*- عند السقوط بالزاوية (θ_B)، فأن المركبات ذات الاستقطاب (P) سوف تمر تماماً عبر الحد الفاصل، بينما تكون المركبات المنعكسة ذات الاستقطاب (S).

← {هذا لا يعني عدم مرور جزء من المركبات (S) خلال الحد الفاصل}.

Wave Propagation In Dispersive Media

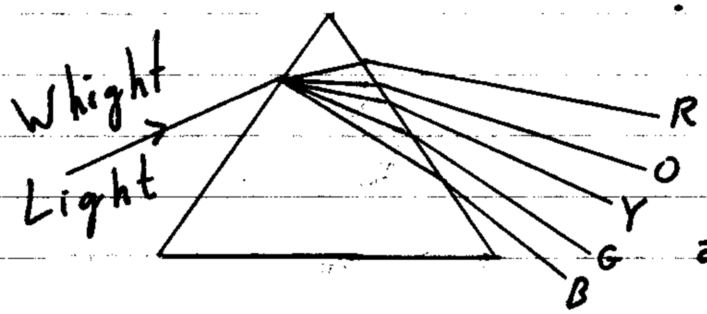
*- هنالك مواد تعتمد فيها السماحية (ε) (permitivity) على تردد الموجات المنتشرة خلالها.

*- اعتماد ε على ω (التردد) يعود الى اعتماد معامل الانكسار n على ω.

*- من الأمثلة الشائعة على ذلك هو تحلل الضوء الأبيض بواسطة الموشور.

*- الضوء الابيض يحوي على ترددات مختلفة، أي اطوال موجية مختلفة وبالتالي الوان مختلفة.

*- معامل الانكسار (وبالتالي زاوية الانكسار) سيختلف مع اختلاف الترددات (الألوان) وبهذه الطريقة تنفصل الالوان للضوء الأبيض بواسطة الموشور.

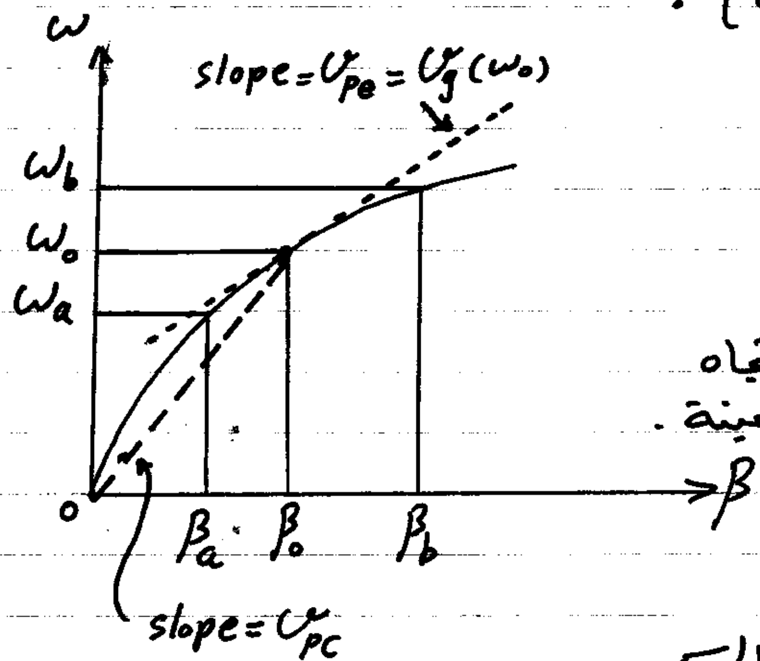


*- يطلق على عملية فصل مركبات الموجة الكهرومغناطيسية من قبل وسط ما (الموشور مثلاً) بالتشتت (أو التفكك) الزاوي اللوني (chromatic angular dispersion).

*- We consider a lossless nonmagnetic medium in which the refractive index varies with frequency.

$$k = \beta_{(\omega)} = \omega \sqrt{\mu_o \epsilon_{(\omega)}} = n_{(\omega)} \frac{\omega}{c}$$

*- في حالة n تزداد مع زيادة التردد ω { كما هي الحال في معظم الحالات } :



*- لأجل التوضيح نأتي بحالة بسيطة :
- لدينا موجتان بتردد ω_a و ω_b بنفس السعة والاتجاه تنتشران في ماده معينة .

*- منتصف التردد بين ω_a و ω_b هو ω_o كما في الرسم .

*- الموجتان سوف تتداخلان مع بعضهما (interfere) وتولدان موجه واحده (محصلة) (net) :

$$E_{c,net} = E_o \left[e^{-j\beta_a z} e^{j\omega_a t} + e^{-j\beta_b z} e^{j\omega_b t} \right]$$

complex

- والتي نحصل منها :

$$E_{net} = 2E_0 \cos(\Delta\omega t - \Delta\beta z)\,\cos(\omega_0 t - \beta_0 z) \quad (13)$$

where, $\Delta\omega = \omega_0 - \omega_a = \omega_b - \omega_0$

$\Delta\beta = \beta_0 - \beta_a = \beta_b - \beta_0$

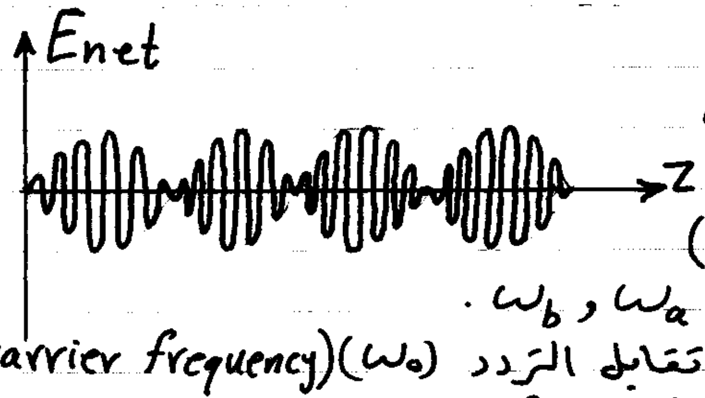
{*- صيغ $\Delta\beta$ هي تقريبية وتكون اكثر دقة كلما كانت $\Delta\omega$ صغيرة }.

*- Also : $\omega_0 = \dfrac{\omega_a + \omega_b}{2}$, $\Delta\omega = \dfrac{\omega_b - \omega_a}{2}$

{*- يلاحظ أن $\Delta\omega < \omega_0$ ، حسب الصيغتان اعلاه}

*- المعادلة (13) تدل على وجود حركتين موجيتين متراكبتين في حركة موجية واحدة ، احداها بتردد ($\Delta\omega$) وسرعة طور تعتمد على ($\Delta\beta$) ، والاخرى بتردد (ω_0) وسرعة طور تعتمد على (β_0).

*- $\Delta\omega$ اصغر من ω_0 ⟸ الطول الموجي المرافق لِ ($\Delta\omega$) اطول من ذلك المرافق لِ (ω_0).



*- الشكل البياني يُظهر المجال الكهربائي الكلي (E_{net}) عند الزمن صفر ($t=0$) للموجتين المتراكبتين ω_a و ω_b.

*- الترددات السريعة تقابل التردد (ω_0) (carrier frequency) { الطول الموجي الأقصر }.

*- الترددات البطيئة تقابل التردد ($\Delta\omega$)
(envelope or "beat" frequency) {الطول الموجي الأطول}.

*- Phase velocities of the carrier wave and the modulation envelope :

$$v_{pc} = \frac{\omega_0}{\beta_0} \qquad \text{(carrier velocity)}$$

$$v_{pe} = \frac{\Delta\omega}{\Delta\beta} \qquad \text{(envelope velocity)}$$

*- في حالة كون ($\Delta\omega$) صغيرة جداً (تقترب من الصفر)
فأن قيمة v_{pe} تصبح مساويه الى المماس
للمنحني ($\omega-\beta$) عند النقطة (ω_0, β_0) :

$$\lim_{\Delta\omega \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta\beta} = \left.\frac{d\omega}{d\beta}\right|_{\omega_0} = v_g(\omega_0)$$

*- v_g : Group velocity function for the material.

*- v_g : تمثل سرعة مجموعة الترددات خلال مدى
ترددي صغير جداً مركزه عند التردد (ω_0)
{ اي أن قيم الترددات ضمن الحزمة الترددية
(packet) تكون متقاربه جداً ومركزها
عند القيمة ω_0 } :

*- v_g هي دالة للتردد ، فالحزم الترددية ذات
ترددات مركزية مختلفة لها سرع v_g مختلفة
وهذا ما يطلق عليه :
Group velocity dispersion of the medium.