

تحت

Current and Current Density

\* مرور تيار كهربائي في وسط معين يعني وجود حركة عامة (شبه موصلة) للشحنات فلذلك ذلك الوسط [الشحنات المتحركة تولد تيار كهربائي].

\* وحدات التيار هي الأمبير (Ampere) [A].

\* يعرف التيار على أنه مقدار الشحنة الكهربائية التي تمر خلال نقطة في الوسط أو خلال مقطع ما هي للوسط في الثانية العادة.  
أي أن التيار هو المعدل الزمني لتغير الشحنة الكهربائية:

$$I = dQ / dt \quad \text{--- (1)}$$

Units: A : C/s

\* عند اقتراف شحنات كهربائية لقطع ما هي فلذلك مركبتها ، فإن هذا يعني أن تياراً كهربائياً يمر خلال هذا القطع ، عندها يتم تعريف كمية يطلق عليها "الكثافة التيارية" "current density".

\* تعرف الكثافة التيارية (J) على أنها مقدار التيار الكهربائي لوصف العادة :

$$J = I / S \Rightarrow I = J S \quad \text{--- (2) } \{J \text{ متجانسة}\}$$

$$J = dI / dS \Rightarrow I = \int J dS \quad \text{--- (2') } \{J \text{ غير متجانسة}\}$$

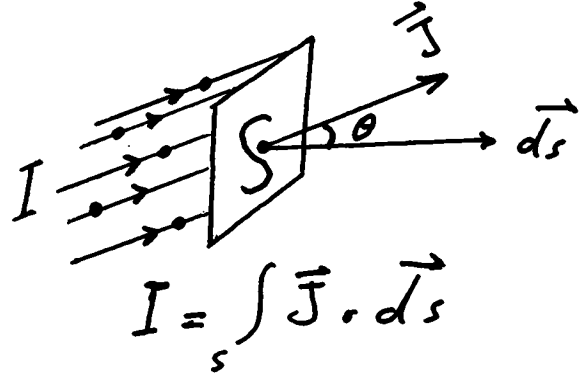
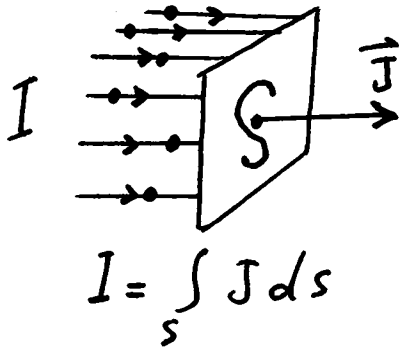


- 2 -

\* - وحدات  $\vec{J}$  هي الأمبير على المساحة ( $J: A/m^2$ ).

\* - كثافة التيار هي:

1- متجه  $\vec{J}$  ، 2- كمية نقطية (أي تعين عند نقط  
ولا نحتاج الى علامة لتعيينها).



\* - لكون التيار يرتبط بمقدار الشحنت الكهربائية المتحركة، إذن نتوقع أن ترتبط ( $\vec{J}$ ) مع كل من كثافة الشحنة الكهربائية في وسط معين (كثافة مجيبه  $\rho_e$ ) وسرعة حركة هذه الشحنت:

$$\vec{J} = \rho_e \vec{V}_d \quad (3)$$

$\vec{V}_d$ : Drift velocity (سرعة الانجراف)

\* - If ( $\vec{J}$ ) is due to  $e_s$ , then:  $\rho_e \Rightarrow \rho_e$ .

\* -  $\rho_e$ : Volume charge density for  $e_s$ .

\* -  $\rho_e$  is (-ve).

\* - In this case, eq. (3) becomes:

$$\vec{J} = \rho_e \vec{V}_d$$

\* - The (-ve)  $\rho_e$  indicates that the direction of ( $\vec{J}$ ) is opposite to the direction of ( $\vec{V}_d$ ).

Ex. 1:

Given the vector current density  
 $\vec{J} = 10 \rho^2 z \hat{a}_\rho - 4 \rho \cos^2 \phi \hat{a}_\phi \text{ (A/m}^2\text{)} :$

(a): find the current density at  $P(\rho=3 \text{ m}, \phi=30^\circ, z=2 \text{ m})$ ;

(b): determine the total current flowing outward through the circular band  $\rho=3 \text{ m}$ ,  $0 \leq \phi \leq 2\pi$ ,  $2 \text{ m} \leq z \leq 2.8 \text{ m}$ .

Sol.: (a): At  $\rho=3 \text{ m}, \phi=30^\circ, z=2 \text{ m}$

$$\begin{aligned} \vec{J} &= 10 \cdot 3^2 \cdot 2 \hat{a}_z - 4 \cdot 3 \cdot \cos^2(30) \hat{a}_\phi \\ &= 180 \hat{a}_z - 12 \cdot 0.7499 \hat{a}_\phi \end{aligned}$$

$$\vec{J} = 180 \hat{a}_z - 8.9988 \hat{a}_\phi \text{ (A/m}^2\text{)}$$

$$\vec{J} \approx 180 \hat{a}_z - 9 \hat{a}_\phi \text{ (A/m}^2\text{)}.$$

(b):  $I = \int_{sd} \vec{J} \cdot d\vec{s}$  — Side.

$$I = \int_{sd} (10 \rho^2 z \hat{a}_\rho - 4 \rho \cos^2 \phi \hat{a}_\phi) \cdot (\rho d\phi dz \hat{a}_\rho)$$

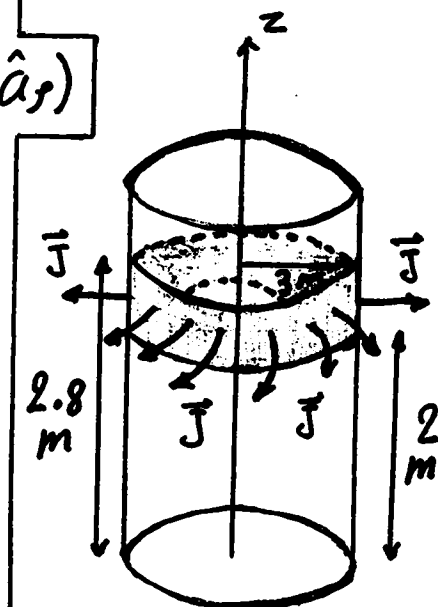
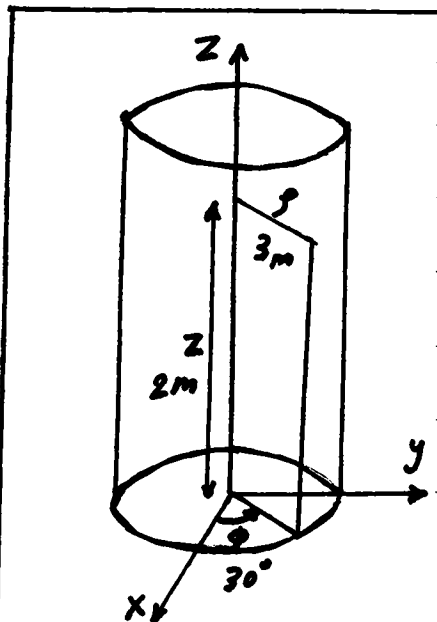
$$I = \int_{sd} 10 \rho^3 z d\phi dz$$

$$= 10 \rho^3 \int_2^{2.8} z dz \int_0^{2\pi} d\phi$$

$$= 10 \cdot 3^3 \left[ \frac{z^2}{2} \right]_2^{2.8} [\phi]_0^{2\pi}$$

$$= \frac{10}{2} \cdot 27 [2.8^2 - 2^2] [2\pi]$$

$$I = 3255.552 \text{ A}.$$



-4-

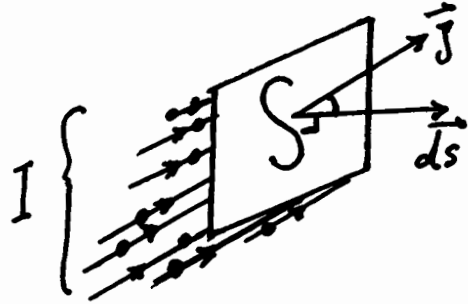
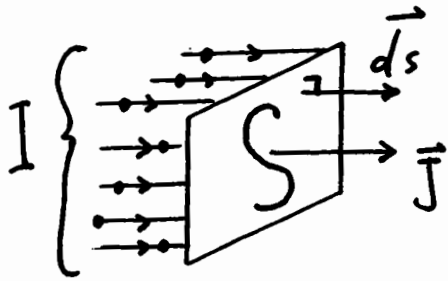
## Divergence of $\vec{J}$ and Continuity Equation

\*- A conducting medium with moving charges (currents).

\*- لدينا وسط موصل . يحوي شحنات متحركة (تيارات كهربائية).

\*- In general , for any open surface :

$$\int_S \vec{J} \cdot d\vec{s} = I \quad \text{--- (a) } (I: \text{Total current passing through surface } S)$$



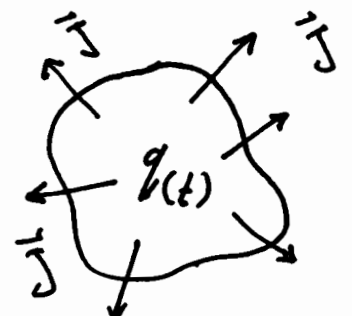
\*- بالنسبة للأسطح المغلقة سنفترض وجود محتوى من الشحنات ( $q$ ) ضمن الحجم المحدود بالسطح المغلق ونأخذ بالاعتبار حركة هذه الشحنات نحو الخارج ، أي ان لدينا تيار كهربائي يسري من داخل السطح المغلق نحو الخارج (نأخذ  $q$  موجبة) :

\*- Taking the +ve  $q$  Condition :

\*- فروج التيار نحو خارج السطح المغلق يعني تناقص في محتوى الشحنات (الموجبة) داخل هذا السطح مع مرور الوقت ( $t$ ) :  
من العلامة (a) :

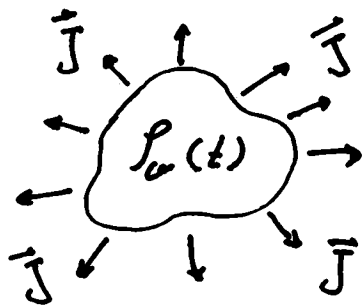
$$\oint_S \vec{J} \cdot d\vec{s} = - \frac{dq}{dt} \quad \text{--- (b)}$$

$$= - \frac{d}{dt} \int_V \rho_v dV$$



السطح المغلق يحيط  
بالحجم ( $V$ )

$$\therefore \oint \vec{J} \cdot d\vec{s} = \int_V \frac{-d\rho_c}{dt} dV \quad \text{--- (5) ---} \quad \text{--- (c) ---}$$



Here,  $\rho_c(t)$  is at any point inside the volume (V) surrounded by (S).

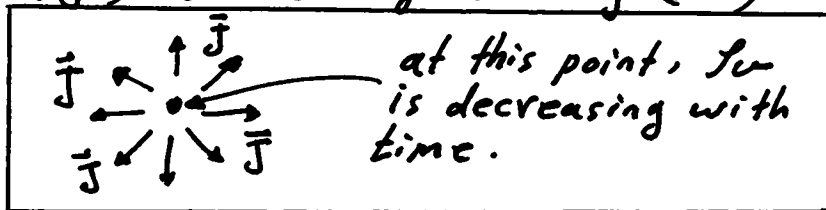
\* - Using divergence theorem, eq. (c) becomes :

$$\int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{J} dV = \int_V \frac{-d\rho_c}{dt} dV$$

$\therefore \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = -d\rho_c/dt$ . In general, when  $\rho_c$  depends on position in addition to time, we have :

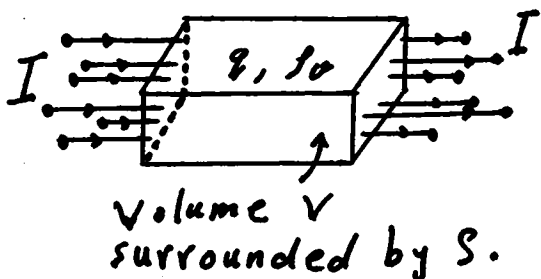
$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = -\partial \rho_c / \partial t \quad \text{--- (d) ---}$$

\* - Eq. (d): General continuity relation between current density ( $\vec{J}$ ) and charge density ( $\rho_c$ ) at a point.



\* - For steady currents { No change in charge, or charge density enclosed by S }, we have :

$$\partial \rho_c / \partial t = \partial \rho_c / \partial t = 0 \Rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0$$



$\rho_c$  and  $J$  are constants with time among volume V surrounded by S.

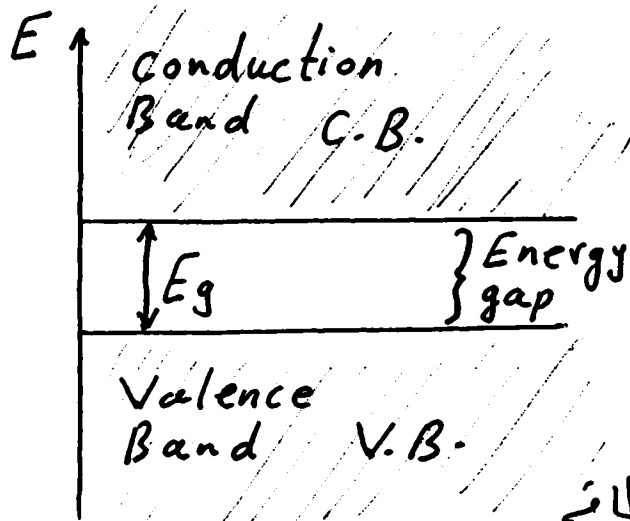
## - 6 - Materials Conductivity

\* - التوصيلية (conductivity) هي قابلية المادة على توصيل التيار الكهربائي (التوصيلية العالية تدل على أن المادة هي موصل جيد للتيار الكهربائي).

\* - تعتمد قابلية التوصيل على وضرة الـ  $\rho$  الحرة في المادة ، وهي الـ  $\rho$  غير المرتبطة بـ ذرات .

\* - مشتأ الـ  $\rho$  الحرة هو  $\rho$  الكثافة (في الفلاند الخارجي للذرة والتي يسهل انفصالها وتحررها من ذراتها بتوفير قدر بسيط من الطاقة ؟ طارة الفرفه حلا ؟ ) .

\* - بالنسبة للمواد عموماً يمكن اعتماد نموذج الحزمة الطاقية (Energy Band Model) :



V.B. : الـ  $\rho$  كثافة ومرتبطه بـ ذراتها .

C.B. : الـ  $\rho$  حرة (تأهم في التوصيلية)

$E_g$  : فجوة الطاقة :

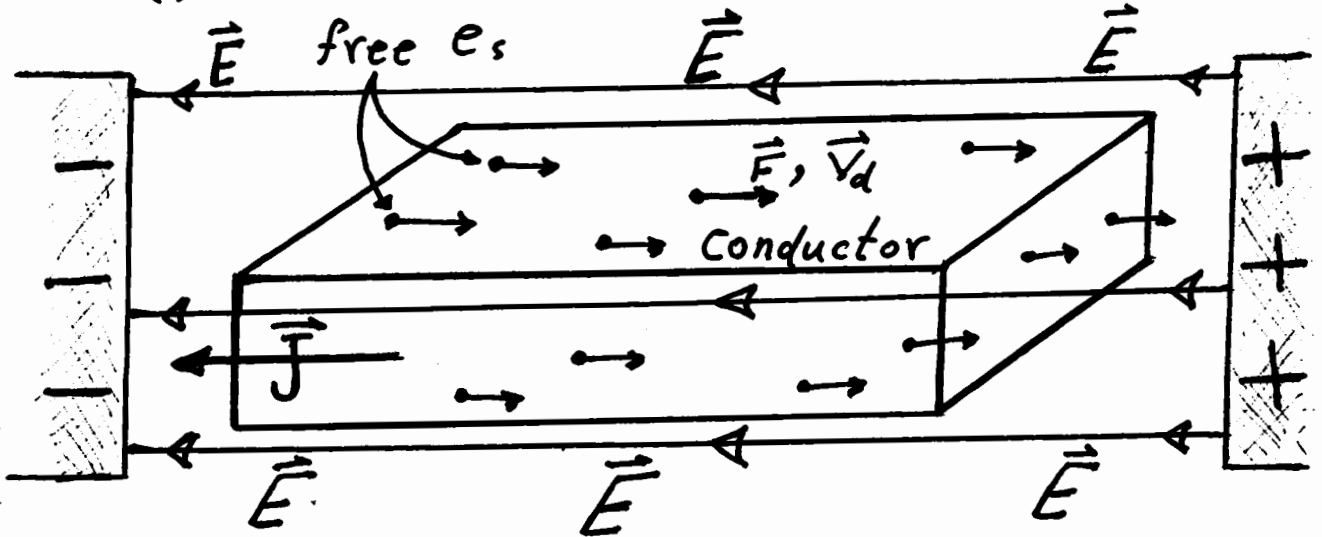
أقل مقدار لازم من الطاقة

لتحرير  $e$  من V.B. الى C.B. .

## Conductors

\* - ننظر فجرة الطاقة ( $E_0$ ) كـ صالكة وفرة من  
ال دح المرة .

\* - بإمكان الدح المرة الاستجابة لذي مؤثر كهربائي  
خارجي يسلط على المادة العزلة (مجال كهربائي) :



\* - يلاحظ أن حركة الدح هي عكس اتجاه المجال  $E$  .

\* - دائماً يتم اعتبار حركة التيار (وبالتالي اتجاه  $J$ ) على  
أنها معاكسة لحركة الدح (كما صيغ في الرسم أعلاه) .

\* - تتحرك الدح بفعل قوة كهربائية تنشأ عليها :

$$\vec{F} = q \vec{E} \quad \leftarrow \quad \vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

$$\vec{F} = -e \vec{E} \quad \leftarrow \quad q = -e$$

والإشارة السالبة تدل على أن اتجاه القوة التي  
تتحرك الدح معاكسة لاتجاه المجال المسلط  $\vec{E}$  .  
عند أخذ مقادير الكميات فقط ، دون الاتجاه ، يتم  
إهمال الإشارة السالبة .

- 8 -

\* كلما كانت سرعة المجال أكبر، كلما تحركت الإلكترونات بسرعة أكبر  $\rightarrow$  ترتبط سرعة حركة الإلكترونات (سرعة الانجراف) (drift velocity)  $(\vec{V}_d)$  مع المجال المسلط بالعلاقة:

$$\vec{V}_d = - \mu_e \vec{E} \quad (4)$$

الاشارة السالبة: سرعة الإلكترونات عكس اتجاه المجال (كما في الرسم)، ولا تؤخذ عند تناول المقادير العددية حصراً.

$\mu_e$ : قابلية الإلكترون على الحركة [الحركية للإلكترون] (Mobility of an e)

\* بتعريف (4) في (3) مع استخدام الرمز  $(\rho_e)$  بدلاً من  $(n_e)$ ، حيث تشير  $\rho_e$  إلى الكثافة الشحنة الجماعية للإلكترونات فقط وهي (أي  $\rho_e$ ) كمية سالبة:

$$\vec{J} = - \rho_e \mu_e \vec{E} \quad (5)$$

Eq. (5): علاقة ما بين كثافة التيار  $\vec{J}$  والمجال الكهربائي المسلط  $\vec{E}$ .

\* صال صيغة أخرى للعلاقة بين  $\vec{J}$  و  $\vec{E}$ :

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (6) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Point form of} \\ \text{Ohm's Law} \end{array} \right.$$

$\sigma$ : التوصيلية الكهربائية للوسط (Electric Conductivity).



Units of  $\sigma$  :

$$\sigma : \frac{J}{E} = \frac{I \cdot m}{m^2 \cdot V} = \frac{I}{m \cdot V} = \frac{S}{m}, \text{ Siemens meter}$$

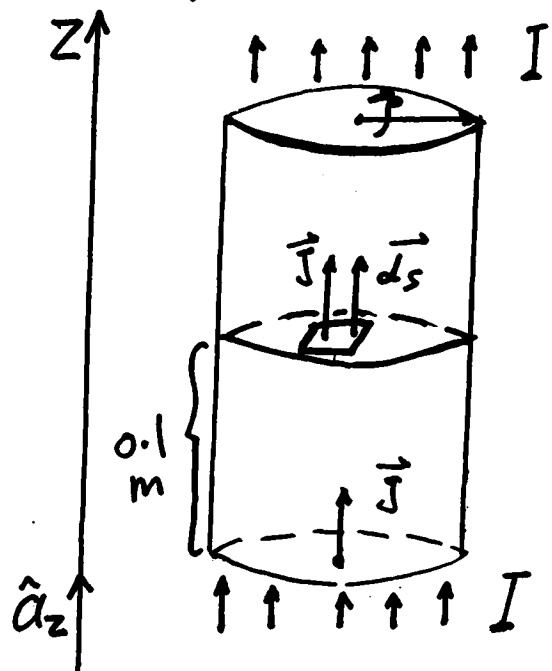
$$S : \text{Siemens} : \frac{\text{Amp.}}{\text{volt}} \quad \{ \therefore \sigma : S/m \}$$

\* - Comparing (5) & (6) :

$$\sigma = -\rho_e \mu_e \quad \text{--- (7)}$$

.  $\rho_e$  سالبة  $\sigma$  :  $\sigma$  موجب لأن  $\rho_e$  سالبة : Eq. (7) ←

Ex. 2 : A current density is given in cylindrical coordinates as  $\vec{J} = 10^6 z^{1.5} \hat{a}_z \text{ A/m}^2$  in the region  $0 \leq \rho \leq 20 \text{ mm}$ . (a) Find the total current crossing the surface  $z = 0.1 \text{ m}$ . (b) If the e-charge velocity is  $-2 \times 10^6 \hat{a}_z \text{ m/s}$  at  $z = 0.2 \text{ m}$  find  $\rho_e$  there. (c) If the volume charge density ( $\rho_e$ ) at  $z = 0.15 \text{ m}$  is  $-2000 \text{ C/m}^3$ , find the charge velocity there.



Sol.: (a)  $I = \int \vec{J} \cdot d\vec{s}$  ,  $d\vec{s} = ds \hat{a}_z$

$$I = \int 10^6 z^{1.5} \hat{a}_z \cdot \hat{a}_z ds = 10^6 z^{1.5} \int ds$$

$$I = 10^6 (0.1)^{1.5} S = 0.0316 \times 10^6 (\pi r^2)$$

$$I = 0.0316 \times 10^6 \times 3.14 \times (20 \times 10^{-3})^2$$

$$I = 39.6896 \text{ A}$$

(b):  $\vec{J} = \rho_e \vec{V} \Rightarrow \rho_e = \vec{J} / \vec{V}$

At  $z = 0.2 \text{ m}$  :  $\vec{J} = 10^6 (0.2)^{1.5} \hat{a}_z$

$$\vec{J} = 0.0894 \times 10^6 \hat{a}_z \text{ A/m}^2$$

$$\rho_e = \frac{0.0894 \times 10^6 \hat{a}_z}{-2 \times 10^6 \hat{a}_z} = -0.0894/2$$

$$\rho_e = -0.0447 \text{ C/m}^3$$

(c):  $\vec{J} = \rho_e \vec{V} \Rightarrow \vec{V} = \vec{J} / \rho_e$

At  $z = 0.15 \text{ m}$  :  $\vec{J} = 10^6 (0.15)^{1.5} \hat{a}_z$

$$\vec{J} = 0.058 \times 10^6 \hat{a}_z \text{ A/m}^2$$

$$\vec{V} = \frac{0.058 \times 10^6 \hat{a}_z}{-2000} = \frac{-0.058 \times 10^3}{2} \hat{a}_z$$

$$\vec{V} = -0.029 \times 10^3 \hat{a}_z = -29 \hat{a}_z \text{ (m/s)}$$

Note: Let  $V$  be the potential difference between locations (a) and (b):  $V = V_a - V_b$ , and let the  $E$ -field between (a) and (b) is homogeneous:

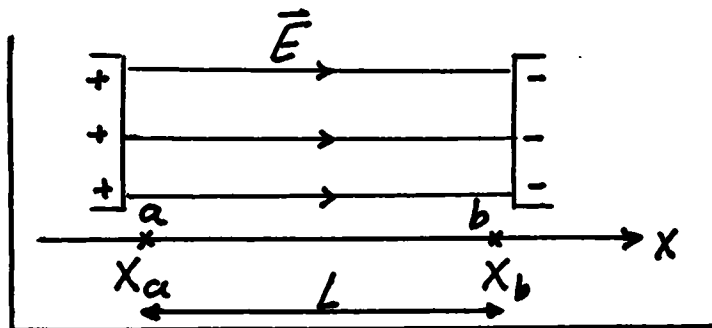
$$\vec{E} = \hat{i} E$$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V$$

$$\hat{i} E = - \frac{dV}{dx} \hat{i} = - \frac{\Delta V}{\Delta x} \hat{i}$$

$$\hat{i} E = - \frac{V_b - V_a}{x_b - x_a} \hat{i} = \frac{V_a - V_b}{x_b - x_a} \hat{i} = \frac{V}{L} \hat{i}$$

or,  $E = V/L$



H.W.: Find the magnitude of the current density in a sample of silver for which  $\sigma = 6.17 \times 10^7 \text{ S/m}$  and  $\mu_e = 0.0056 \text{ m}^2/\text{V}\cdot\text{s}$ , if:

- (a) The drift velocity is  $1.5 \text{ mm/s}$ .
- (b) The electric field intensity is  $1 \text{ mV/m}$ .
- (c) The sample is a cube  $2.5 \text{ mm}$  on a side having a voltage difference of  $0.4 \text{ mV}$  between two opposite faces.
- (d) The sample is a cube  $2.5 \text{ mm}$  on a side carrying a total current of  $0.5 \text{ A}$ .

Hint s:

- (a): Find  $E$  (magnitude) from (4) without  $(-Ve)$  { scalar }  
Find  $J$  from (6)

Ans.:  $J = 16526.783 \text{ A/m}^2$

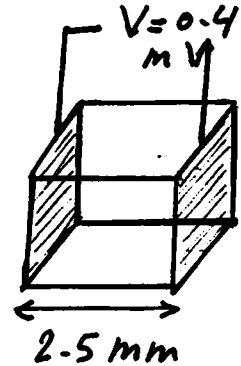
or,  $J = 16.5267 \text{ kA/m}^2$

(b): Find J from ⑥

Ans.:  $J = 6.17 \times 10^4 \text{ A/m}^2$   
or,  $J = 61.7 \text{ kA/m}^2$

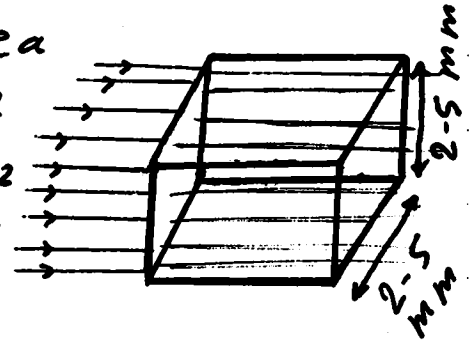
(c): Find E by :  $E = V/L$   
Find J from ⑥

Ans.:  $J = 0.9872 \times 10^7 \text{ A/m}^2$   
 $= 9.872 \times 10^6 \text{ A/m}^2$   
 $= 9.872 \text{ MA/m}^2$



(d): Find J by  $J = I / \text{Area}$

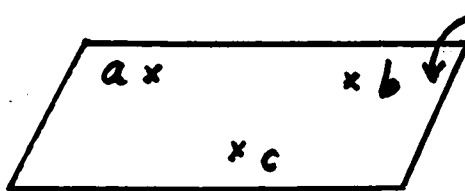
Ans.:  $J = 0.08 \times 10^6 \text{ A/m}^2$   
 $= 0.08 \times 10^3 \text{ kA/m}^2$   
 $= 80 \text{ kA/m}^2$



## Equipotential Surfaces

## أسطح تساوي الجهد

\* - سطح تساوي الجهد هو السطح الذي تكون جميع نقاط لها نفس الجهد الكهربائي { أي لا يوجد فرق جهد بين نقاطه } .



$V_a = V_b = V_c = 50 \text{ V}$

$V_{ab} = V_{ac} = V_{bc} = 0$

\* - لا توجد نيابات كهربائية على أسطح تساوي الجهد { لهذا وجود فرق في الجهد بين نقاطه ، حيث أن التيار يحتاج الى فرق جهد / قانون اوم } .

-13-

\* لا توجد مركبات محاسبية لل مجال الكهربائي على السطح  
ساوي الجهد  $(E_{\parallel} = 0)$ .

\* مركبة المجال الكهربائي العمودية على سطح ساوي الجهد هي  
المركبة العمودية  $(E_{\perp})$  { على السطح  $E_{\perp} = -E$  }.

\* سطح ساوي الجهد يمكن أن تكون مادية (حقيقية) أو  
غير مادية (تصورية):

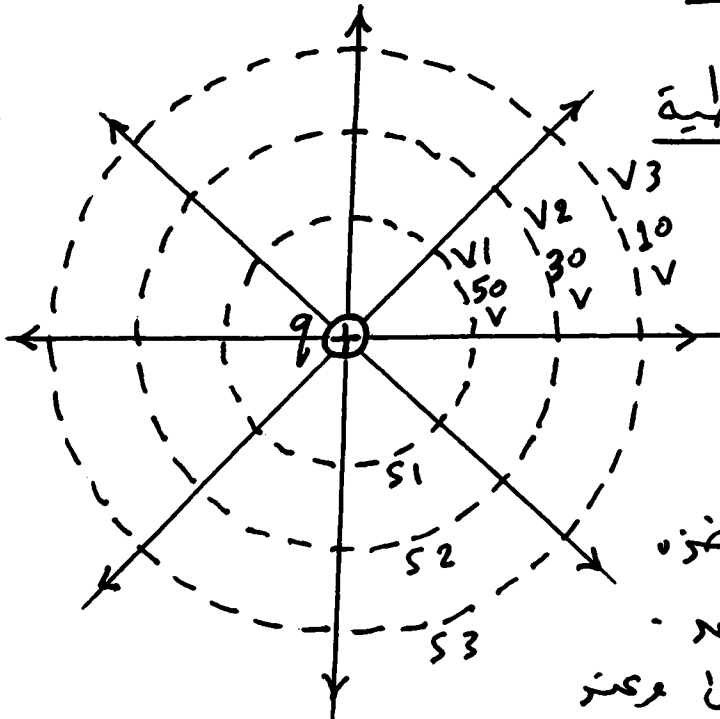
ـ الحقيقية: سطح الاجزاء الموصلة للكهربائية.

ـ التصورية: يمكن تصور سطح ساوي الجهد فلال

مجال كهربائي بحيث تكون هذه الأسطح

متعامدة مع المجال ، وبذلك نضمن وجود

المركبات العمودية للمجال فقط على هذه الأسطح.



كمثال بسيط / شحنة نقطية

\* سطح ساوي الجهد في سطح

كروية (تصورية) مركزها

عند الشحنة  $(q)$ .

\* المجال  $E$  عمودي على

هذه الأسطح.

\* على هذا الأسطح تعتبر هذه

الأسطح سطح ساوي الجهد.

\* الجهد عند  $S1$  هو الأعلى وعند

$S3$  هو الأدنى لأن الجهد يقل كلما ابتعدنا عن الشحنة:

$$V = q / (4\pi\epsilon_0 r) , \quad V_1 > V_2 > V_3$$

\* جميع النقاط على  $S1$  لها نفس الجهد  $(50V)$  ولا يوجد

فرق جهد بين نقاط  $S1$  المختلفة (نفس الحالة بالنسبة

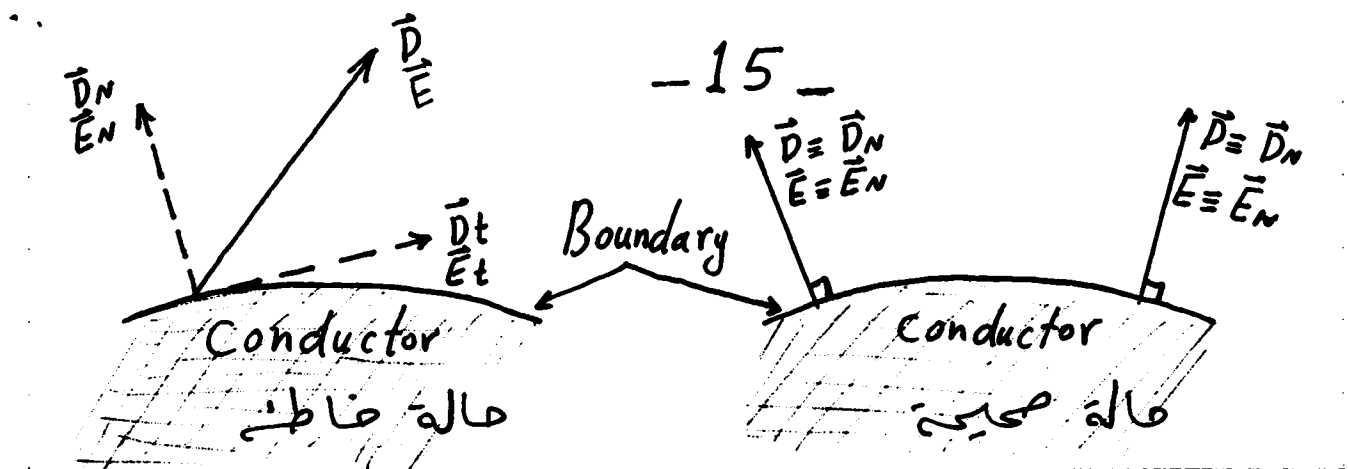
لـ  $S2$  و  $S3$ ).

- \* - تدور فروقات في الجهد بين نقاط الأسطح المختلفة ،  
فمثلاً فرق الجهد بين أي نقطتين عشوائية على  $S_1$   
و أخرى عشوائية على  $S_3$  هو  $V = 4/5$  .
- \* - في الحالات العامة ، فإن سطح تساوي الجهد قد تأخذ  
أشكالاً معقدة جداً مقارنة مع حالة السطح النقطي .

## الشروط المحددة للموصلات Conductors Boundary Conditions

- \* - المقصود بالشروط المحددة (Boundary Conditions) هو حالة  
المجالات  $\vec{E}$  و  $\vec{D}$  عند السطح الفاصل (Boundary) ما بين  
مادة موصل ومادة أخرى غير موصلة (المحدد الفاصلة) .
- \* - في الكهربائية الساكنية ، تتميز الموصلات بما يلي :  
 - تتوزع الشحنات الكهربائية على السطح الخارجي .  
 - ليست هناك شحنات ولا مجالات داخل  
 جسم الموصل .  
 - المجال الكهربائي عند سطح الموصل يكون عمودياً على  
 السطح .  
 - سطح الموصل هو سطح تساوي الجهد .
- \* - على سطح الموصل تكون مركبات  $\vec{E}$  و  $\vec{D}$  عادية  
 على السطح :  

$$E \equiv E_{\perp} \equiv E_N , D \equiv D_{\perp} \equiv D_N$$
 (N: Normal)
- \* - لاحظنا من قانون كارس أن مقدار كثافة الفيض  
 الكهربائي عند سطح موصل يساوي الكثافة الشحنة  
 السطحية :  $D_N = \rho_s$  .  $\{ D_N = \epsilon E_N = \rho_s \}$
- \* - للإشارة إلى المركبات المماسية ، سيتم استخدام الحرف  
 (t) (tangential) :  $D_t$  و  $E_t$  .



Ex. 3 : A point  $P(2, -1, 3)_m$  on a conductor-free space boundary. A potential  $V = 100(x^2 - y^2)$  is present among the space. Find  $V$ ,  $\vec{E}$ ,  $\vec{D}$ , and  $\rho_s$  at  $P$ .

Sol.:

→ Potential ( $V$ ) at  $P$  is :

$$V_P = 100[2^2 - (-1)^2] = 300 \text{ V}, \quad \boxed{V_P = 300 \text{ V}}$$

→ We find  $\vec{E}$  by gradient of  $V$  :

$$\begin{aligned} \vec{E} &= -\vec{\nabla} V = -\vec{\nabla} [100(x^2 - y^2)] = -100 \vec{\nabla} (x^2 - y^2) \\ &= -100 \left[ \hat{i} \frac{\partial (x^2 - y^2)}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial (x^2 - y^2)}{\partial y} \right] \\ &= -100 [2x \hat{i} - 2y \hat{j}] \end{aligned}$$

$$\vec{E} = -200x \hat{i} + 200y \hat{j}$$

$$\text{At } P(2, -1, 3) : \quad \vec{E}_P = -200(2) \hat{i} + 200(-1) \hat{j}$$

$$\boxed{\vec{E}_P = -400 \hat{i} - 200 \hat{j}}$$

→ To find  $\vec{D}$  :  $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}$  -16-

At P :

$$\vec{D}_p = \epsilon_0 \vec{E}_p = 8.854 \times 10^{-12} (-400 \hat{i} - 200 \hat{j})$$
$$\vec{D}_p = -3541.6 \times 10^{-12} \hat{i} - 1770.8 \times 10^{-12} \hat{j}$$

$$\boxed{\vec{D}_p = (-3541.6 \hat{i} - 1770.8 \hat{j}) \times 10^{-12} \text{ (C/m}^2\text{)}}.$$

or,  $\vec{D}_p = (-3541.6 \hat{i} - 1770.8 \hat{j}) \times 10^{-12} \times 10^9 \text{ (nC/m}^2\text{)}$

$$\vec{D}_p = -3.5416 \hat{i} - 1.7708 \hat{j} \text{ (nC/m}^2\text{)}$$

→ To find  $\mathcal{I}_s$ , we have  $D_N = \mathcal{I}_s$

At P :

$$D_p = D_N = |\vec{D}_p| = \mathcal{I}_{s,p}$$

$$|\vec{D}_p| = \sqrt{(-3541.6 \times 10^{-12})^2 + (-1770.8 \times 10^{-12})^2}$$
$$= 10^{-12} \sqrt{(-3541.6)^2 + (-1770.8)^2}$$

$$= 3959.629 \times 10^{-12} \text{ C/m}^2$$

$$\therefore \boxed{\mathcal{I}_{s,p} = 3959.629 \times 10^{-12} \text{ C/m}^2}$$

or,  $\mathcal{I}_{s,p} = 3.9596 \text{ nC/m}^2$



## The Method of Images

\* تستخدم هذه الطريقة في الحالات التي تتضمن شحنة كهربائية (بأي شكل من أشكالها) وسط موصل غير مشحون .

\* سطح الموصل هو سطح تساوي الجهد .

\* لدينا في ثنائي القطب (Dipole) بأنه زوج

مستوي ذو جهد صفري ( سطح تساوي الجهد وتحديدًا

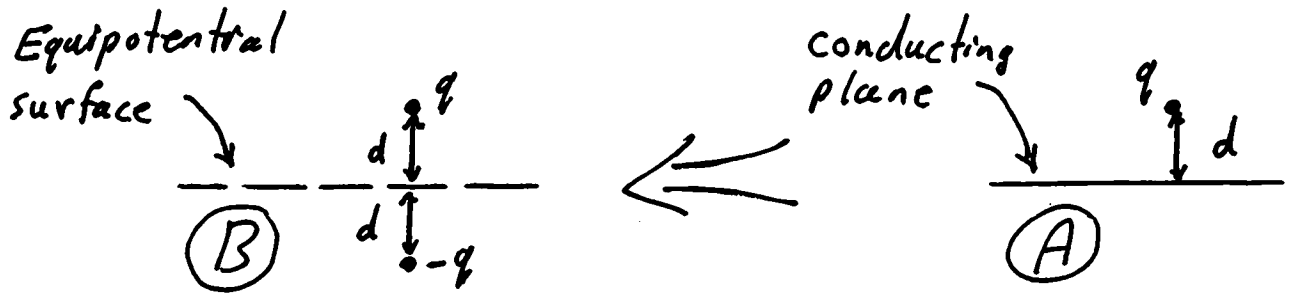
$V=0$  ) عند منتصف المسافة بين شحنتي الثنائي .

\* من هنا ، يمكن الاستعانة عن الشحنة الكهربائية

وسطح الموصل بنموذج ثنائي القطب ، أي شحنتين

متساويتين ومتعاكستين بينهما مسافة تساوي

الجهد عند منتصف المسافة الناطقة :



\* - This is the method of images .

يجب تذكر أن الحالة (B) هي مجرد تمثيل

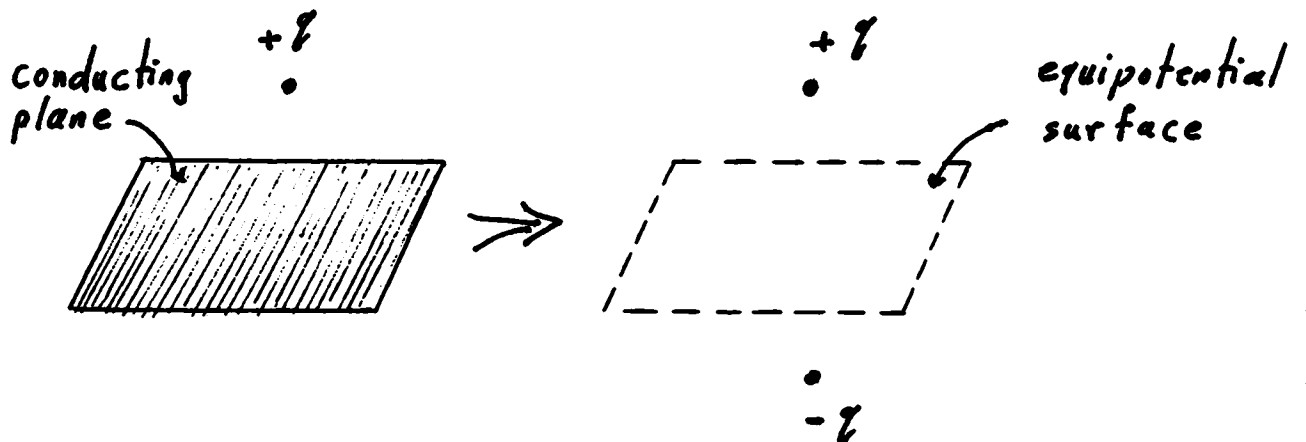
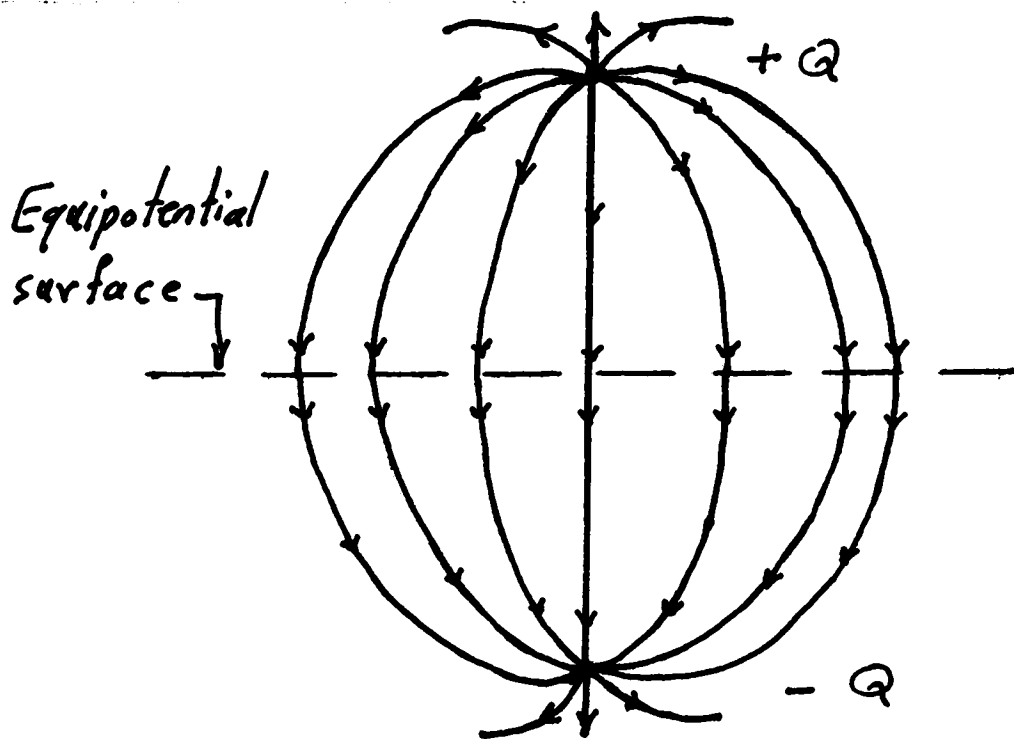
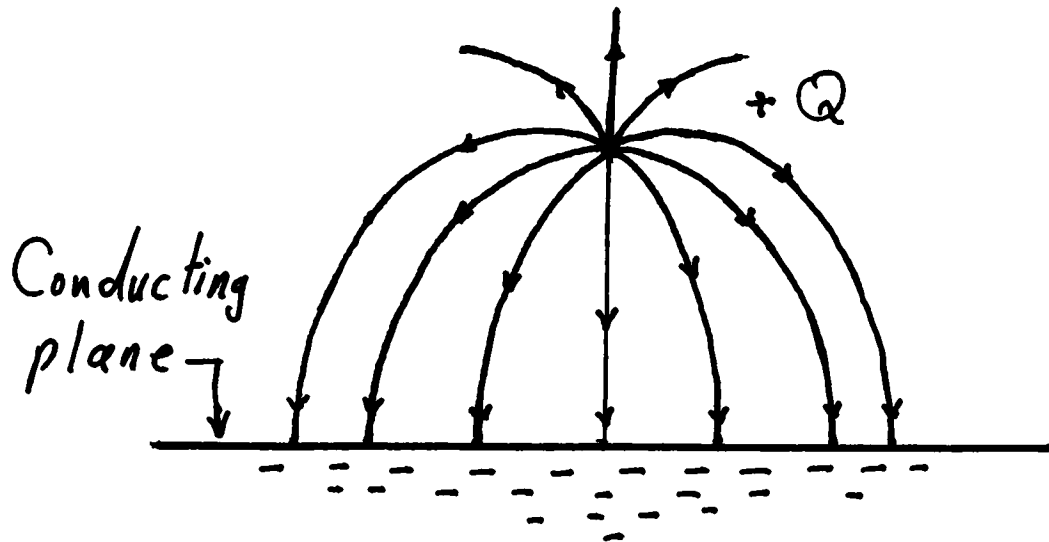
أو تعبير آخر عن الحالة الحقيقية (A) .

شكل وقصم المجال  $E$  (أو  $D$ ) للشحنة  $q$  في (A)

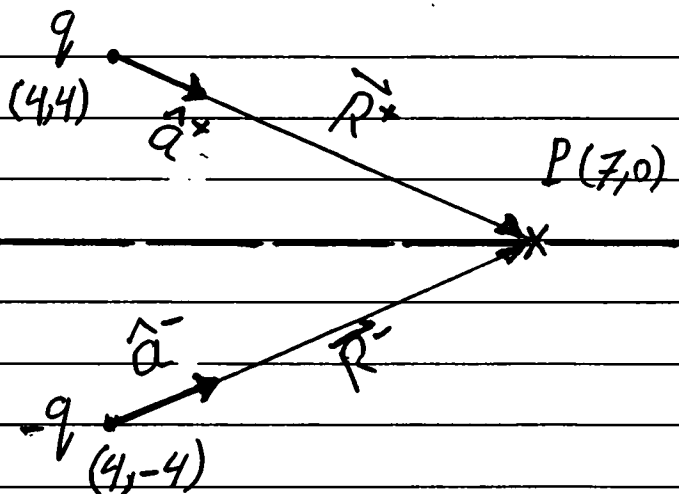
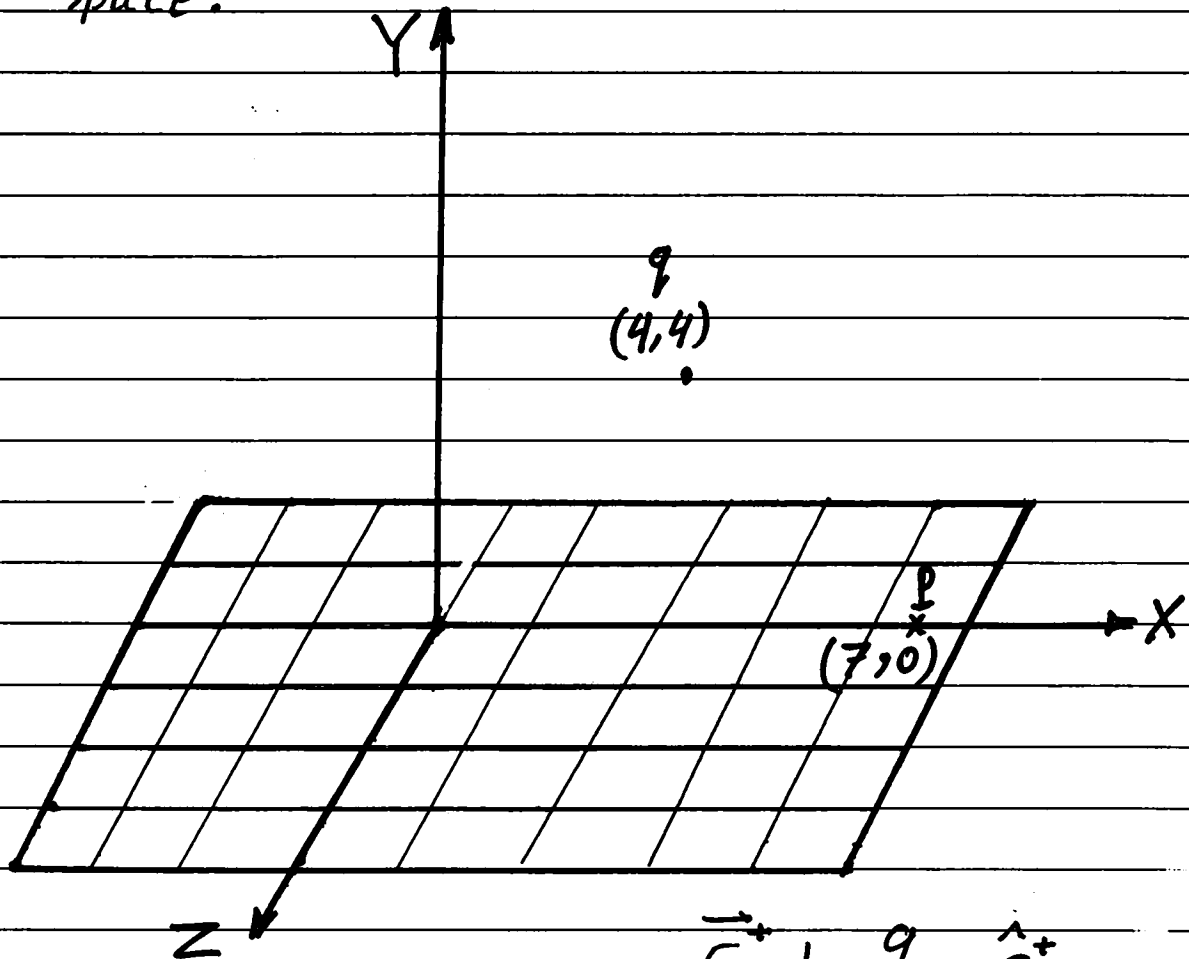
هو نفسه عند النصف العلوي في (B) ، حيث

أن النصف السفلي ليس له وجود حقيقي ، إلا

أنه ينفعنا في الحسابات .



Ex. 4: Find the electric field intensity at point  $P(7,0)$  m placed on a conducting plane lying on the  $x-z$  plane (perpendicular to the  $y$ -axis) due to a point charge  $q=30\text{ nC}$  at  $(4,4)$  m, also find the surface charge density ( $\rho_s$ ) on that conducting plane at point  $P$ . The medium outside the plane is free space.



$$\vec{E}^+ = k \frac{q}{|\vec{R}^+|^2} \hat{a}^+$$

$$\vec{E}^- = k \frac{(-q)}{|\vec{R}^-|^2} \hat{a}^-$$

$$\vec{E}_P = \vec{E}^+ + \vec{E}^-$$

-20-

$$\vec{R}^+ = 3\hat{i} - 4\hat{j}, |\vec{R}^+| = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5 \text{ m}.$$

$$\vec{R}^- = 3\hat{i} + 4\hat{j}, |\vec{R}^-| = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5 \text{ m}.$$

$$\hat{a}^+ = \frac{\vec{R}^+}{|\vec{R}^+|} = \frac{1}{5} (3\hat{i} - 4\hat{j}), \hat{a}^- = \frac{\vec{R}^-}{|\vec{R}^-|} = \frac{1}{5} (3\hat{i} + 4\hat{j})$$

$$\vec{E}_p = k \frac{q}{|\vec{R}^+|^2} \hat{a}^+ - k \frac{q}{|\vec{R}^-|^2} \hat{a}^- = k \frac{q}{25} \hat{a}^+ - k \frac{q}{25} \hat{a}^-$$

$$\vec{E}_p = \frac{kq}{25} \left[ \frac{1}{5} (3\hat{i} - 4\hat{j}) - \frac{1}{5} (3\hat{i} + 4\hat{j}) \right]$$

$$= \frac{kq}{5 \times 25} [3\hat{i} - 4\hat{j} - 3\hat{i} - 4\hat{j}]$$

$$= \frac{9 \times 10^9 \times 30 \times 10^{-9}}{125} [-8\hat{j}]$$

$$\therefore \boxed{\vec{E}_p = -17.28 \hat{j} \text{ (V/m)}}.$$

\*- To find  $\rho_s$  we have  $|\rho_s| = |\vec{D}| = D$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} = 8.854 \times 10^{-12} (-17.28 \hat{j}) = -152.9971 \hat{j} \frac{\text{C}}{\text{m}^2}$$

$$|\vec{D}| = 152.9971 \text{ C/m}^2.$$

$\therefore$  The direction of  $\vec{D}$  (or  $\vec{E}$ ) is downward ( $-\hat{j}$ )  $\Rightarrow$

$\therefore$  The charge density on the surface should be -ve :

$$\rho_s = -|\vec{D}| = -152.9971 \text{ C/m}^2.$$

