Magnetic Fields

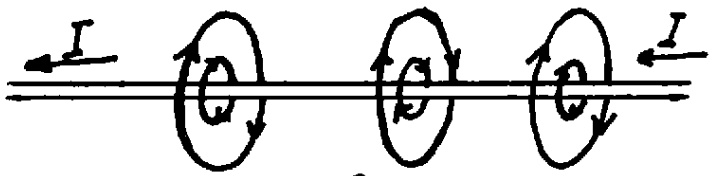
*- منشأ المجالات المغناطيسية هو تيارات كهربائية (حركة الشحنات الكهربائية).

*- سيتم حالياً التعامل مع التيارات الثابتة (dc).

*- عند مرور تيار في سلك (خالد) يتولد حول السلك مجال مغناطيسي.

← يتم التعبير عن هذا المجال بخطوط هي خطوط المجال.

← خطوط المجال المغناطيسي تكون مغلقة {في حالة سلك مستقيم ذو تيار ثابت، فأن الخطوط هذه تكون على هيئة دوائر تحيط بالسلك الذي يكون في مراكزها}:

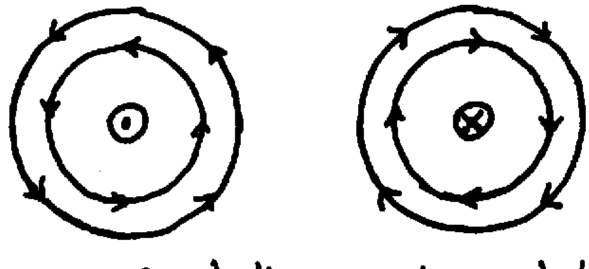


منظر جانبي

*- اتجاه المجال المغناطيسي

في هذه الحالة يتحدد بقاعدة اليد اليمنى {التيار باتجاه الابهام، والمجال باتجاه التفاف الأصابع}.

منظر أمامي



التيار خارج من الصفحة (باتجاهك)

التيار داخل نحو الصفحة

*- يُرمز إلى شدة المجال المغناطيسي بالرمز $\vec{H}$ (متجه)

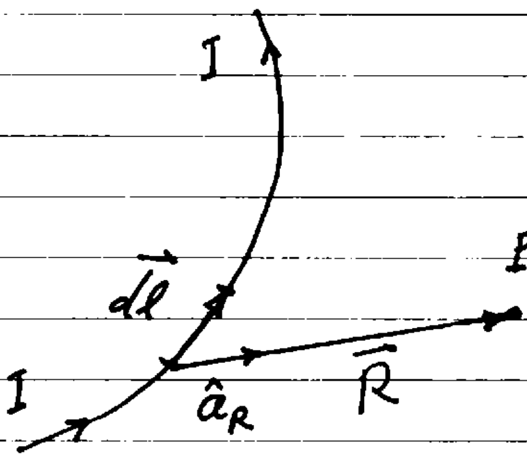
*- $\vec{H}$: Magnetic Field Intensity.

→ Units: Ampere/meter (A/m).

Biot_Savart Law — قانون بايوت - سافارت

* - القانون بصيغته التفاضلية يعطي شدة المجال $\vec{dH}$ عند نقطة معينة (P) نتيجة مرور تيار كهربائي (I) في عنصر طولي ($\vec{dl}$) يبعد عن النقطة (P) مسافة ($\vec{R}$) :

$$\vec{dH} = \frac{I}{4\pi R^3} \vec{dl} \times \vec{R}$$



$$\vec{R} = R\,\hat{a}_R \,, \quad \vec{dl} = dl\,\hat{a}_l$$

$$\vec{dl} \times \vec{R} = dl\,\hat{a}_l \times R\,\hat{a}_R$$
$$= dl\,R\,(\hat{a}_l \times \hat{a}_R)$$

$$\therefore \vec{dH} = \frac{I}{4\pi R^3}\, dl\, R\,(\hat{a}_l \times \hat{a}_R)$$

$$\vec{dH} = \frac{I\,dl}{4\pi R^2}(\hat{a}_l \times \hat{a}_R)$$

Let, $\hat{a}_l \times \hat{a}_R = \hat{a}_H$

$$\therefore \vec{dH} = \frac{I\,dl}{4\pi R^2}\,\hat{a}_H$$

$\hat{a}_H$: Direction of magnetic field intensity.

* - لاستخراج شدة المجال المغناطيسي ($\vec{H}$) والناتج عن تأثير السلك بالكامل، يتم التكامل على طول السلك :

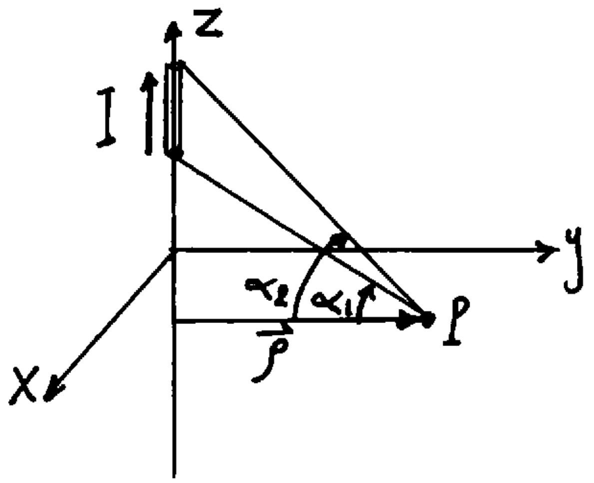
$$\vec{H} = \oint_L \frac{I\,\hat{a}_H}{4\pi R^2}\, dl$$

*- حل معادلة بايوت - سافارت لتيار كهربائي يمر خلال طول محدود (finite length) :

$$\vec{H} = \frac{I}{4\pi\rho}\left(\sin\alpha_2 - \sin\alpha_1\right)\hat{a}_H \quad \text{—— (3)}$$

ρ : المسافة العمودية ما بين النقطة التي تحسب $\vec{H}$ عندها و المحور باتجاه مسار التيار (عادةً Z)

$\hat{a}_H$: متجه الوحدة الذي يمثل اتجاه المجال $\vec{H}$ { في حالة الاحداثيات الاسطوانية فان $\hat{a}_H \equiv \hat{a}_\phi$ } .



*- هنا يعتبر المسار الذي يمر التيار خلاله (سلك مثلاً) على أنه رفيع جداً (شعري) (filament) .

*- طول المسار الخطي الذي يمر خلاله التيار يتحدد بالزاويتين α_1 و α_2 .

Ex.1 : Find the magnetic field intensity ($\vec{H}$) at point $P(0,2,0)_m$ due to a current filament of 10 A in the z-direction extending from -6 m to 6 m .

<u>Sol.</u>

$$\vec{H} = \frac{I}{4\pi\rho}\left(\sin\alpha_2 - \sin\alpha_1\right)\hat{a}_H$$

*- <u>To find $\hat{a}_H$:</u>

$\hat{a}_H = \hat{a}_\ell \times \hat{a}_R \longrightarrow \boxed{\hat{a}_\ell \equiv \hat{a}_z \equiv \hat{k}}$, $\hat{a}_R = \hat{a}_\rho$

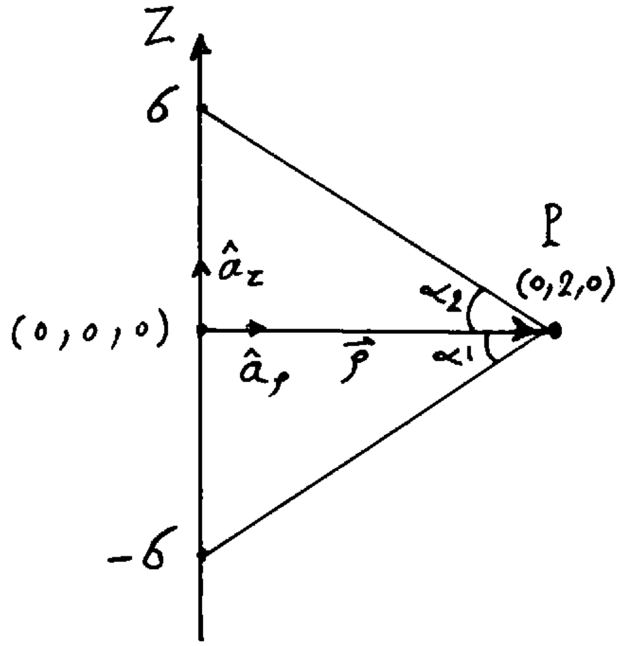
$\vec{\rho} = 2\hat{j}$ m , $\rho = 2$ m

$$\hat{a}_\rho = \frac{\vec{\rho}}{|\vec{\rho}|} = \frac{2\hat{j}}{2} = \hat{j}$$

$\therefore \boxed{\hat{a}_R = \hat{j}}$

$\hat{a}_H = \hat{a}_\ell \times \hat{a}_R = \hat{k} \times \hat{j}$

$\boxed{\hat{a}_H = -\hat{i}}$



*- <u>To find α_1 & α_2</u>

$$\tan\alpha_1 = \frac{-6}{2} = -3 \Rightarrow \alpha_1 = \tan^{-1}(-3) = -71.5651 .$$

$$\tan\alpha_2 = \frac{6}{2} = 3 \Rightarrow \alpha_2 = \tan^{-1}(3) = 71.5651 .$$

*- <u>To find $\vec{H}$</u> : $\vec{H} = \frac{I}{4\pi\rho}\left(\sin\alpha_2 - \sin\alpha_1\right)\hat{a}_H$

$$\vec{H} = \frac{10}{4\times3.14\times2}\left[\sin(71.5651) - \sin(-71.5651)\right](-\hat{i})$$

$$\vec{H} = -0.3980\left[0.9486 - (-0.9486)\right]\hat{i}$$

$$\boxed{\vec{H} = -0.7550\,\hat{i}\ \ (A/m)}$$

$$|\vec{H}| = H = \sqrt{(-0.755)^2} = 0.755\ \ (A/m).$$

Ex.2: A current filament carrying 15 A in the $\hat{a}_z$ direction lies along the entire z-axis $\{z: -\infty \to \infty\}$. Find $\vec{H}$ at:
(a) $P_A(\sqrt{20}, 0, 4)\,m$, (b) $P_B(2, -4, 4)\,m$.

Sol. : $\vec{H} = \dfrac{I}{4\pi\rho}(\sin\alpha_2 - \sin\alpha_1)\,\hat{a}_H$

(a):

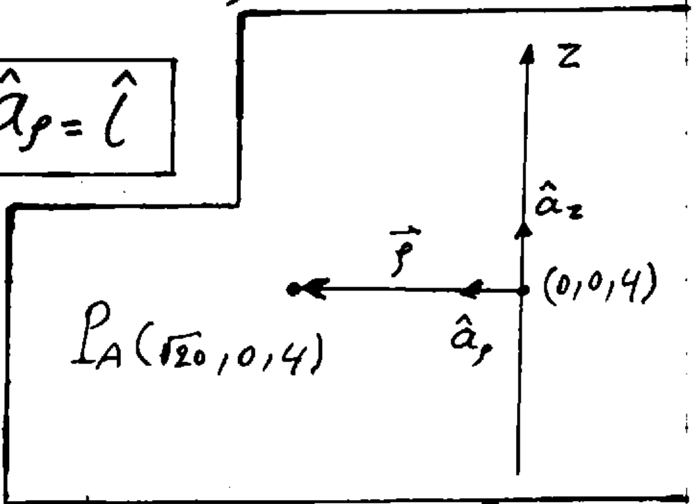
$\hat{a}_H = \hat{a}_\ell \times \hat{a}_R = \hat{a}_z \times \hat{a}_\rho$, $\boxed{\hat{a}_z = \hat{k}}$

$\hat{a}_\rho = \vec{\rho}/|\vec{\rho}| \Rightarrow \vec{\rho} = \sqrt{20}\,\hat{i}\ m,\ |\vec{\rho}| = \sqrt{20}\ m$

$\hat{a}_\rho = \dfrac{\sqrt{20}\,\hat{i}}{\sqrt{20}} = \hat{i} \Rightarrow \boxed{\hat{a}_\rho = \hat{i}}$

$\therefore \hat{a}_H = \hat{k} \times \hat{i} = \hat{j}$

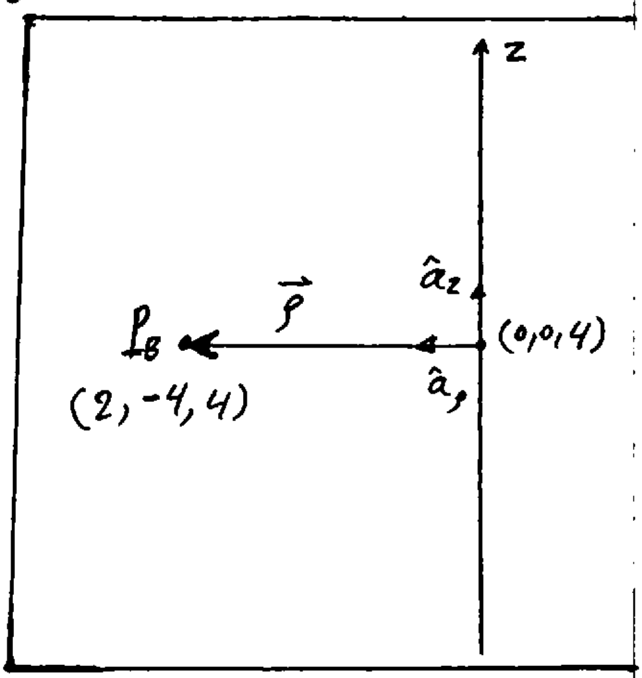
$\boxed{\hat{a}_H = \hat{j}}$



$\therefore \vec{H} = \dfrac{15}{4\times3.14\times\sqrt{20}}\left[\sin(90) - \sin(-90)\right]\hat{j}$

$= \dfrac{15}{4\times3.14\times\sqrt{20}}\left[1 - (-1)\right]\hat{j} = \dfrac{30}{4\times3.14\times\sqrt{20}}\hat{j}$

$\boxed{\vec{H} = 0.5340\,\hat{j}\ (A/m)}$



(b):

$$\hat{a}_H = \hat{a}_\ell \times \hat{a}_R = \hat{a}_z \times \hat{a}_\rho$$

$$\boxed{\hat{a}_z = \hat{k}}$$

$$\hat{a}_\rho = \vec{\rho} / |\vec{\rho}|$$

$$\vec{\rho} = 2\hat{i} - 4\hat{j}$$

$$|\vec{\rho}| = \sqrt{4+16} = \sqrt{20}$$

$$\boxed{\hat{a}_\rho = \frac{1}{\sqrt{20}} (2\hat{i} - 4\hat{j})}$$

$$\hat{a}_H = \hat{k} \times \frac{1}{\sqrt{20}} (2\hat{i} - 4\hat{j}) = \boxed{\frac{1}{\sqrt{20}} (2\hat{j} + 4\hat{i})}$$

$$\therefore \vec{H} = \frac{15}{4 \times 3.14 \times \sqrt{20}} \left[\sin(90) - \sin(-90) \right] \frac{1}{\sqrt{20}} (2\hat{j} + 4\hat{i})$$

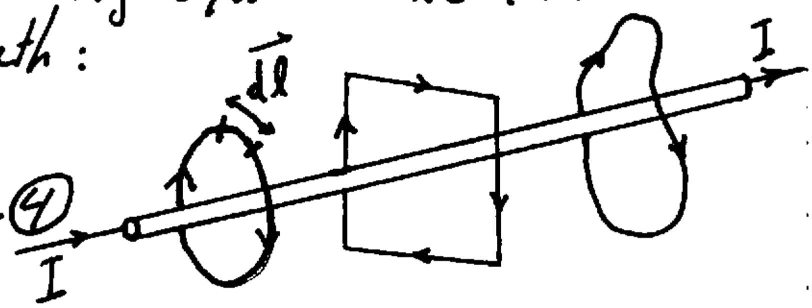
$$\vec{H} = \frac{30}{4 \times 3.14 \times 20} (4\hat{i} + 2\hat{j}) = 0.1194\,(4\hat{i} + 2\hat{j})$$

$$\boxed{\vec{H} = 0.4776\,\hat{i} + 0.2388\,\hat{j} \quad (A/m)}$$

Ampere's Circuital Law:

Ampere's Law: The line integral of $\vec{H}$ about any closed path is exactly equal to the direct current enclosed by that path:

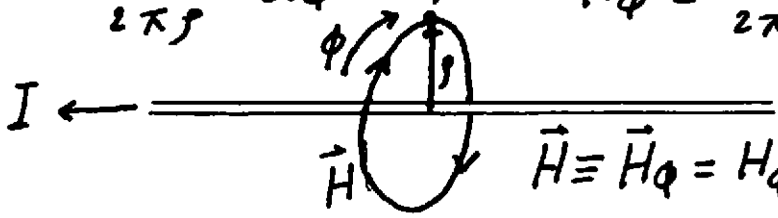
$$\oint \vec{H} \cdot \vec{d\ell} = I \quad \text{—— (4)}$$



*- Solutions of eq. ④ are given for some geometrical cases {Cylindrical Coordinates}:

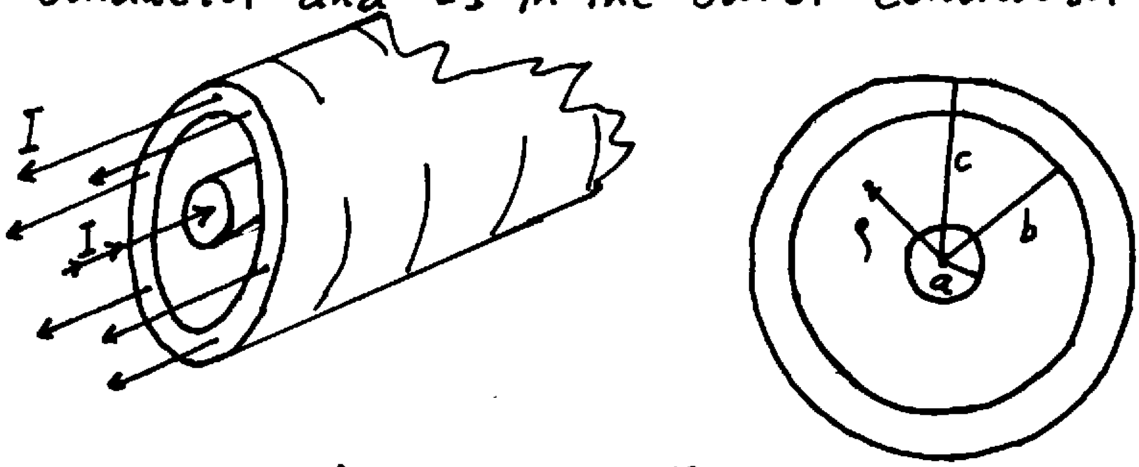
1- Infinitely long filament carrying a current I:

$$\vec{H} = \frac{I}{2\pi\rho}\,\hat{a}_\phi \quad , \text{ or } \quad H_\phi = \frac{I}{2\pi\rho}$$



$$\vec{H} \equiv \vec{H}_\phi = H_\phi\,\hat{a}_\phi$$

2- Infinitely long coaxial cable (Transmission Line) carrying current I in the central conductor and $-I$ in the outer conductor:



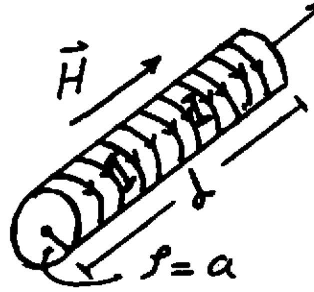
$\rightarrow$ $(a < \rho < b)$: $H_\phi = \dfrac{I}{2\pi\rho}$

$\rightarrow$ $(\rho < a)$: $H_\phi = \dfrac{I\rho}{2\pi a^2}$

$\rightarrow$ $(\rho > c)$: $H_\phi = 0$

$\rightarrow$ $(b < \rho < c)$: $H_\phi = \dfrac{I}{2\pi\rho}\,\dfrac{c^2 - \rho^2}{c^2 - b^2}$

3- A finite length solenoid (of length d) that has N closely wounded turns of a filament carrying a current I :



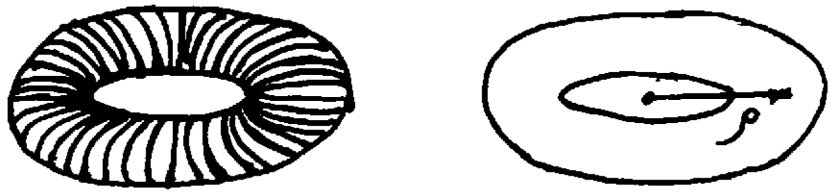
* - خطوط المجال المغناطيسي تكون داخل اسطوانة الملف وعلى امتداد محورها (z)، ويتحدد اتجاهها بقاعدة اليد اليمنى: المجال باتجاه الإبهام والتيار باتجاه لف الأصابع.

$$\vec{H} = \frac{NI}{d}\,\hat{a}_z$$

{Well inside the solenoid}

$\vec{H} = 0$ {Outside}.

4- For a toroid (N turns):



$$\vec{H} = \frac{NI}{2\pi\rho}\,\hat{a}_\phi \quad \text{(Well inside toroid)}$$

$$\vec{H} = 0 \quad \text{(Outside)}.$$

The point form of Ampere's law:

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} \quad \text{——— (5)}$$

The point form of the relation: $\oint \vec{E} \cdot \vec{dl} = 0$ is:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0 \quad \text{——— (6)}$$

Stocke's theorem for magnetic field intensity:

$$\oint \vec{H} \cdot \vec{dl} = \int_s (\vec{\nabla} \times \vec{H}) \cdot \vec{ds} \quad \text{——— (7)}$$

> تذكير: المجالات التي تتم دراستها حالياً هي ساكنة (static) والعلاقات اعلاه تصح فقط للمجالات الساكنة.

Magnetic flux & Magnetic flux density

*- يمكن وصف الخطوط الاتجاهية للمجال المغناطيسي بفيض (flux) تعتمد قيمته على عدد هذه الخطوط.

*- وحدة الفيض المغناطيسي هي "الويبر" (Weber) (Wb).

*- كثافة الفيض المغناطيسي (flux density) هي الفيض لوحدة المساحة (Wb/m^2) وتسمى كذلك (Tesla) (T).

*- Magnetic flux : Φ (Wb).

*- Magnetic flux density : $\vec{B}$ (T).

*- ترتبط كثافة الفيض $\vec{B}$ مع شدة المجال $\vec{H}$ بعلاقة مشابهة لتلك مابين $\vec{D}$ و $\vec{E}$ للمجال الكهربائي ($\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}$).

*- In free space:

$$\boxed{\vec{B} = \mu_0 \vec{H}}$$

μ_0 : نفوذية الفضاء الحر (Permiability of free space)

$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ H/m$ (Henrys / meter)

(H : Henry).

*- من تعريف الفيض Φ وكثافة الفيض $\vec{B}$، لدينا:

$$\Phi = \int_s \vec{B} \cdot \vec{ds} \quad , \ (Wb)$$

*- التكامل على سطح مغلق يعطي نتيجة صفرية لِـ Φ {مما يعني عدم وجود لقطب مغناطيسي منفرد}:

$$\boxed{\oint_s \vec{B} \cdot \vec{ds} = 0} \quad \text{——— (8)} \Leftarrow \left[\text{Gauss's Law for magnetic field}\right]$$

*- Eq. (8): Integral form of Gauss's Law for magnetic field.

*- Applyind divergence theorem on eq. (8), we get:

$$\boxed{\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0} \quad \text{——— (9)}$$

Maxwell's Equations

*- فلدل دراستنا للمجالات الكهربائية والمغناطيسية تعاملنا مع بعض العلاقات ، من هذه العلاقات هناك أربع يطلق عليها معادلات ماكسويل (Maxwell's eqs.) .

- لهذه المعادلات صيغ تفاضلية (نقطية) وتكاملية (ضمن حيز من الفضاء) .

*- **Maxwell's eqs. for static fields :**

→ **Differential forms :**

$$\boxed{\begin{aligned} \vec{\nabla}\cdot\vec{D} &= \rho_v \\ \vec{\nabla}\times\vec{E} &= 0 \\ \vec{\nabla}\times\vec{H} &= \vec{J} \\ \vec{\nabla}\cdot\vec{B} &= 0 \end{aligned}} \quad \text{—— (10)}$$

*- من بين العلاقات الاخرى المتممة الى جانب المعادلات (10) هي :

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} \quad \text{—— (11)}$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \quad \text{—— (12)}$$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V \quad \text{—— (13)}$$

→ **Integral forms**

$$\boxed{\begin{aligned} &\oint_s \vec{D}\cdot\vec{ds} = Q = \int_v \rho_v \, dv \\ &\oint_L \vec{E}\cdot\vec{dl} = 0 \\ &\oint_L \vec{H}\cdot\vec{dl} = I = \int_s \vec{J}\cdot\vec{ds} \\ &\oint_s \vec{B}\cdot\vec{ds} = 0 \end{aligned}} \quad \text{—— (14)}$$

Scaler and Vector Magnetic Potentials

⚠ - We have :

$$\vec{\nabla}\times\vec{H}=\vec{J}$$

→ for $J=0$ $\Longrightarrow$ $\vec{\nabla}\times\vec{H}=0$

*- عموماً ، لأي كمية عددية "Φ" مثلاً ، فإن :

$\text{curl grad}(\Phi)=0$ $\{\text{or } \vec{\nabla}\times(\vec{\nabla}\Phi)=0\}$

*- اذا كان $(\vec{\nabla}\times\vec{H})$ يساوي صفر ، فانه يمكن اعتبار $\vec{H}$ يمثل انحدار (gradient) لكمية عدديه (V_m) ، أي :

$$\boxed{\vec{H}=-\vec{\nabla}V_m}$$

*- أي ، سيكون لدينا الآن :

$$\vec{\nabla}\times\vec{H}=-\vec{\nabla}\times(\vec{\nabla}V_m)=0$$

V_m : Magnetic scaler potential.

⊛- الشرط اللازم توفره لتمثيل $\vec{H}$ بدلالة الـ V_m هو أن $J=0$.

⚠ - We have : $\vec{\nabla}\cdot\vec{B}=0$

∵ The divergence of the curl of any vector $\vec{F}$ is zero, : $\vec{\nabla}\cdot(\vec{\nabla}\times\vec{F})=0$

∴ $\vec{B}$ may be represented as a curl of a vector.

*- بما أن $\vec{\nabla}\cdot\vec{B}=0$ ، اذن يمكن اعتبار $\vec{B}$ على انه التدوير (curl) لمتجه آخر :

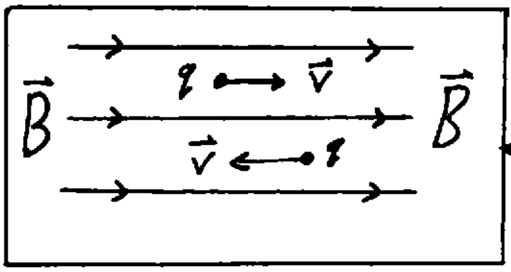
$\vec{B}=\vec{\nabla}\times\vec{A}$, $\vec{A}$: Magnetic Vector Potential.

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{B}=\vec{\nabla}\cdot(\vec{\nabla}\times\vec{A})=0$$

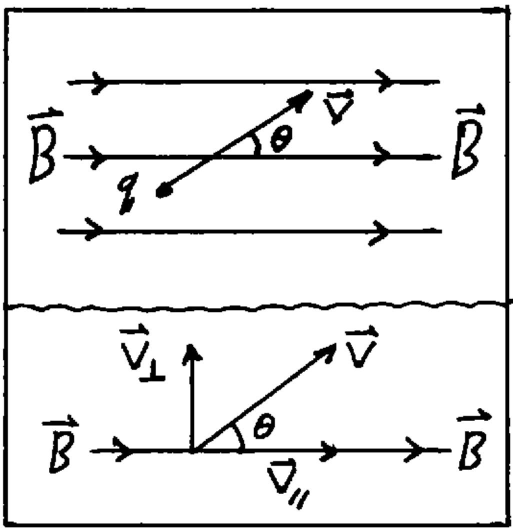
Magnetic Forces

* - عرفنا في السابق أن المجال الكهربائي ($\vec{E}$) يؤثر بقوة على الشحنات سواء كانت ثابتة ام متحركة.

* - المجال المغناطيسي يؤثر بقوة على الشحنات المتحركة فقط، على أن تكون لحركتها (سرعتها) مركبة عمودية على خطوط المجال.



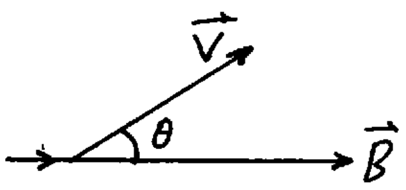
هنا لا يؤثر المجال $\vec{B}$ على الشحنة q بأي قوة لأن سرعة الشحنة $\vec{V}$ موازية تماماً لاتجاه خطوط المجال $\vec{V}:\vec{V}_{\parallel}$



يؤثر المجال $\vec{B}$ بقوة مغناطيسية على الشحنة q، لأن لسرعتها ($\vec{V}$) مركبة عمودية ($\vec{V}_{\perp}$) على خطوط المجال.

* - تتناسب القوة المغناطيسية طردياً مع مقدار الشحنة الكهربائية Q وكثافة الفيض المغناطيسي $\vec{B}$ وسرعة الشحنة $\vec{V}$ وجيب الزاوية ما بين اتجاه السرعة و المجال $\vec{B}$:

$$F = Q V B \sin(\theta)$$

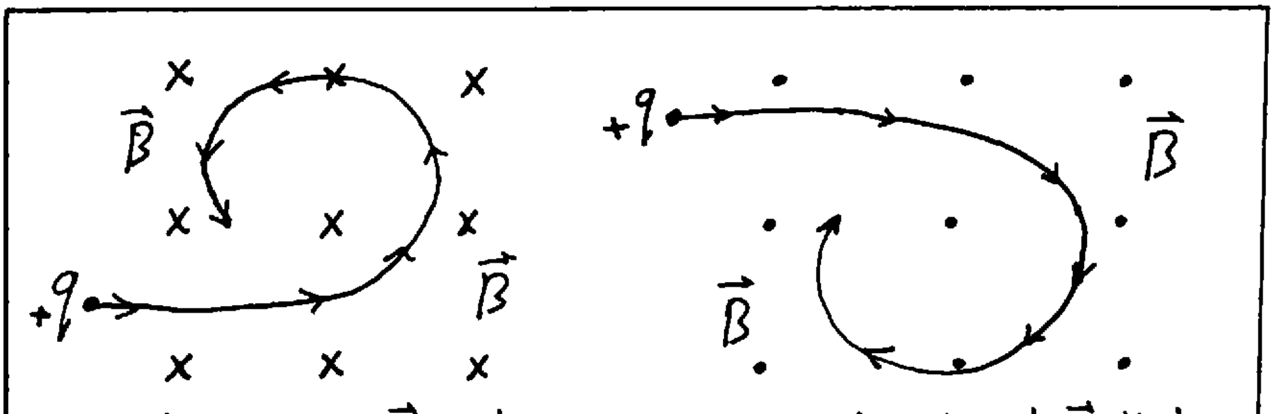


* - أما اتجاه القوة فهو عمودي على كل من $\vec{V}$ و $\vec{B}$:

$$\vec{F} = Q \vec{V} \times \vec{B} \quad \text{——} \quad (1)$$

$$V_{\perp} = V \sin(\theta)$$

* - اتجاه القوه يكون حسب قاعده اليد اليمنى في حاله q موجبه، واليسرى في حاله q سالبه.



* - عند حركة شحنه كهربائية في مجالين، كهربائي ومغناطيسي، فأن القوه الأجمالية المؤثرة عليها $(\vec{F})$ تعطى كما يلي:

$$\vec{F} = Q\,(\vec{E} + \vec{V} \times \vec{B}) \qquad \text{Lorentz Force} \qquad (2)$$

Ex. 3: A point charge $Q = 90\,nC$ moves with a velocity: $\vec{V} = (4\hat{i} - 5\hat{j} + 20\hat{k}) \times 10^4$ m/s.

Calculate the magnitude of force exerted on this charge by:

(a): $\vec{B} = -3\hat{i} + 4\hat{j} + 6\hat{k}$ mT

(b): $\vec{E} = -3\hat{i} + 4\hat{j} + 6\hat{k}$ kV/m

(c): $\vec{B}$ and $\vec{E}$ acting together.

Sol.:

(a): $\vec{F_M} = Q\,\vec{V} \times \vec{B}$

$\vec{F_M} = 90 \times 10^{-9} \times 10^{4} \times 10^{-3} (4\hat{i} - 5\hat{j} + 20\hat{k}) \times (-3\hat{i} + 4\hat{j} + 6\hat{k})$

*- To find: $(4\hat{i} - 5\hat{j} + 20\hat{k}) \times (-3\hat{i} + 4\hat{j} + 6\hat{k})$

$$\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 4 & -5 & 20 \\ -3 & 4 & 6 \end{vmatrix} = \hat{i}(-30-80) + \hat{j}(-60-24) + \hat{k}(16-15)$$

$$= -110\hat{i} - 84\hat{j} + \hat{k}$$

$\therefore \vec{F_M} = 90 \times 10^{-8} (-110\hat{i} - 84\hat{j} + \hat{k})$

$\vec{F_M} = (-9900\hat{i} - 7560\hat{j} + 90\hat{k}) \times 10^{-8}$ (N)

$|\vec{F_M}| = \sqrt{(-9900)^2 + (-7560)^2 + 90^2} \times 10^{-8}$

$|\vec{F_M}| = 12456.7933 \times 10^{-8}$ (N)

$$\boxed{\begin{aligned} &\text{Or, } |\vec{F_M}| = 124.5679 \times 10^{-6} \ (N) \\ &|\vec{F_M}| = 124.5679 \ (\mu N) \end{aligned}}$$

(b):

$$\vec{F_E} = Q\vec{E} = 90\times10^{-9}(-3\hat{i}+4\hat{j}+6\hat{k})\times10^{3}$$

$$\vec{F_E} = (-270\hat{i}+360\hat{j}+540\hat{k})\times10^{-6} \quad (N)$$

$$|\vec{F_E}| = \sqrt{(-270)^2+360^2+540^2}\times10^{-6}$$

$$|\vec{F_E}| = 702.9224\times10^{-6} \quad (N)$$

$$\boxed{\text{or, } |\vec{F_E}| = 702.9224\ (\mu N)}$$

(c):

$$\vec{F} = Q(\vec{E}+\vec{V}\times\vec{B}) = Q\vec{E} + Q\vec{V}\times\vec{B}$$
$$= \vec{F_E} + \vec{F_m}$$

$$\vec{F} = (-270\hat{i}+360\hat{j}+540\hat{k})\times10^{-6} + (-9900\hat{i}-7560\hat{j}+90\hat{k})\times10^{-8}$$

$$\vec{F} = (-270\hat{i}+360\hat{j}+540\hat{k})\times10^{-6} + (-99\hat{i}-75.6\hat{j}+0.9\hat{k})\times10^{-6}$$

$$\vec{F} = (-270\hat{i}+360\hat{j}+540\hat{k}-99\hat{i}-75.6\hat{j}+0.9\hat{k})\times10^{-6}$$

$$\vec{F} = (-369\hat{i}+284.4\hat{j}+540.9\hat{k})\times10^{-6} \quad (N)$$

$$|\vec{F}| = \sqrt{(-369)^2+284.4^2+540.9^2}\times10^{-6}$$

$$|\vec{F}| = 713.8747\times10^{-6} \quad (N)$$

$$\boxed{\text{or, } |\vec{F}| = 713.8747\ (\mu N).}$$

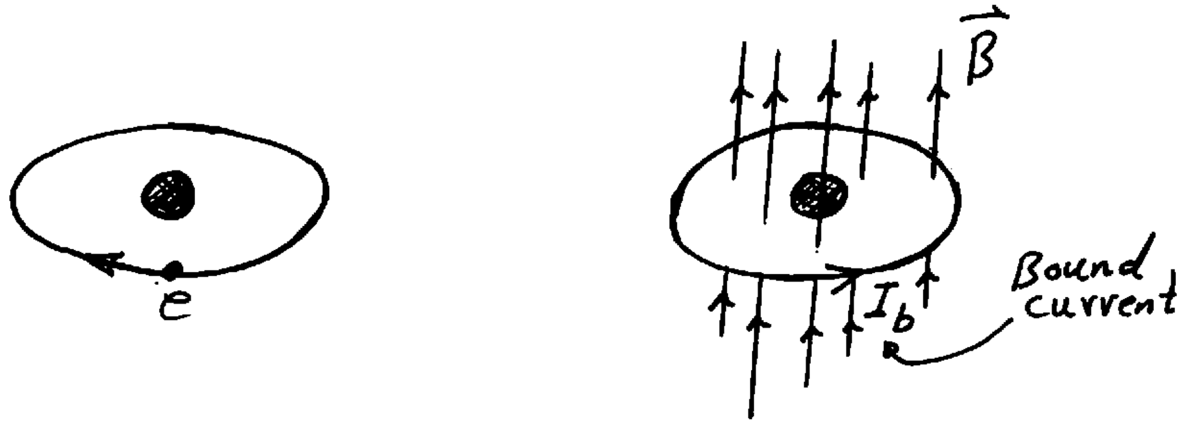
Materials : Magnetization and Permiability

* - تحتوي المواد على نوعين من التيارات الكهربائية :
  1- تيارات حقيقية (true currents)
  2- تيارات ذرية (Atomic currents)

<u>التيارات الحقيقية</u> : ناشئة عن انتقال الشحنات الحرة (es)
{ انتقال حقيقي موضعي }.

<u>التيارات الذرية</u> : ناشئة عن الحركة الدورانية للـ es المقيدة في الذرات ، ولا تتضمن انتقال فعلي للشحنات .

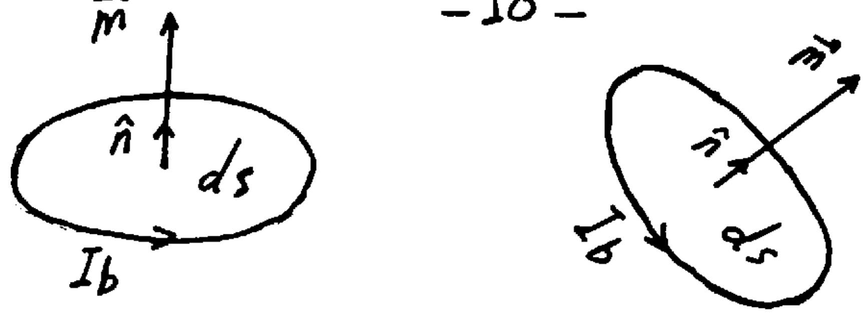
* يمكن تمثيل الذرة على انها مغناطيس صغير جداً ، حيث ان حركة الـ e تمثل تيار كهربائي على مسار مغلق (اتجاه التيار عكس حركة الـ e) :



* - يقال عن الذرة بانها تمثل ثنائي قطب مغناطيسي (Magnetic Dipole) .
* - يتصف ثنائي القطب المغناطيسي بأن له عزم (Moment) ($\vec{m}$) ، يعطى كحاصل ضرب التيار في المساحة التي يحيط بها :

$\vec{m} = I_b \, (Area) \, \hat{n}$

OR, $\boxed{\vec{m} = I_b \, \vec{ds}}$



I_b: Bound current, or, Amperian current.

* - عموماً هنالك اكثر من سبب لنشوء العزم المغناطيسية في الذرات، وجميع هذه الأسباب تتعلق بحركة الشحنات الكهربائية.

* - حركة الشحنات في الذرة :

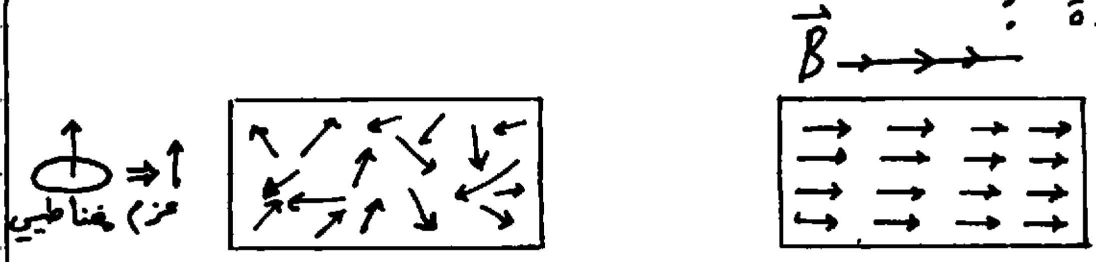
- حركة مدارية للـ e_s حول النواة . (orbital)
- حركة برمية للـ e حول نفسه . (spin)
- حركة برمية للشحنات الموجبة في النواة (P_s) نتيجة للحركة البرمية للنواة .

* - نتيجة لجميع تلك الحركات في الذرة تنشأ مركبة للعزم المغناطيسي فيها والتي قد تكون كبيرة او صغيرة جداً واحياناً تكون صفر (الذره ليس لديها عزم مغناطيسي).

* - وجود مجال مغناطيسي داخل المادة (مجال خارجي مسلط مثلاً) سيكون له تأثير على حركة الشحنات في ذراتها، وهذا من شأنه أن يغير من قيم واتجاهات العزوم المغناطيسية لذرات المادة، وهذا بدوره سيعمل على تغيير قيمة المجال داخل المادة، حيث قد يصبح المجال أقوى او أضعف بشكل كبير، أو قد يضعف المجال بمقدار بسيط جداً، أو قد لا يتغير بشكل ملموس.

ملاحظات :

*- المجال المغناطيسي المسلط "يحاول" ان يستقطب اتجاهات العزوم (العشوائية اصلاً) بحيث تصبح بنفس اتجاه المجال المسلط، وهذا سيعمل على تقوية المجال داخل المادة :



قبل تسليط مجال مغناطيسي

بعد تسليط مجال مغناطيسي (حالة مثالية)

*- تصنف المواد مغناطيسياً حسب تفاعلها مع المجال المغناطيسي المؤثر إلى عدة أصناف، من بينها :

← المواد الدايا مغناطيسية (Diamagnetic) : تسبب إضعاف بسيط للمجال المار خلالها، أو لا تسبب تغير في المجال (تقريباً).

← المواد البارا مغناطيسية (Paramagnetic) : تسبب تقوية للمجال المار خلالها عن طريق استقطاب عزوم الذرات باتجاه المجال المسلط {الرسم اعلاه}، ويقال عن المادة بأنها "تتمغنط" بتأثير المجال المسلط. يزول هذا التمغنط بزوال المجال المؤثر.

← المواد الفيرومغناطيسية (Ferromagnetic) : تسبب زيادة كبيرة في شدة المجال، وتتحول إلى مغانط دائمية بعد زوال المجال المسلط.

*- التمغنط (Magnetization) :

اذا كان هناك n من الذرات في حجم Δv (أي ان لدينا n من العزوم المغناطيسية في الحجم Δv) ، فانه يتم تعريف كمية هي "التمغنط" ($\vec{M}$) على انها محصلة العزوم المغناطيسية لوحدة الحجم :

$$\vec{M} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \vec{m}_i}{\Delta v} \quad , \quad \underline{\text{unit of } \vec{M}:} \ (A/m)$$

---

*- يمكن اعتبار التيار الكلي في المادة (I_T) على انه محصلة التيار الحر (I) الناتج عن حركة الشحنات الحرة ، والتيار المقيد (I_b) الناتج عن حركة الشحنات المقيدة (المدارية و البرمية) .

$$I_T = I + I_b$$

*- عند وجود مجال مغناطيسي في مادة (غير الفضاء الحر) يكون لدينا :

$$\vec{B} = \mu_0 \left(\vec{H} + \vec{M} \right) \quad \text{——} \ (3)$$

*- يمكن النظر الى العلاقة (3) كما يلي :

$\mu_0 \vec{H}$: كثافة الفيض المغناطيسي الناشئة عن التيارات الحرة (I).

$\mu_0 \vec{M}$: كثافة الفيض المغناطيسي الناشئة عن التيارات المقيدة (I_b).

$\vec{B}$: كثافة الفيض المغناطيسي الناتج (المحصلة) ، والناشئة عن التيارات الكلية (I_T).

*- From (3) :

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \quad \text{——} \ (4)$$

$\vec{H}$: تمثل شدة المجال المغناطيسي الأصلي من غير شمول تأثير المادة (من خلال $\vec{M}$) التي يمر خلالها.

$\vec{B}$: كثافة الفيض المغناطيسي الناتج بعد شمول تأثير المادة .

$\vec{M}$: شدة المجال المغناطيسي الناتج عن تمغنط المادة ($\vec{M}$) .

*- كلما كانت شده المجال الغناطيسي ($\vec{H}$) اعلى، كلما ازداد تمغنط الماده ($\vec{M}$) { $\vec{M}$ تتناسب طرديًا مع $\vec{H}$ } :

$$\vec{M} \propto \vec{H} \longrightarrow \vec{M} = \chi_m \vec{H} \quad \text{——— (5)}$$

χ_m: Magnetic susceptibility of material, (Dimensionless)

χ_m: التأثيرية الغناطيسية للمادة.

*- From (3): $\vec{B} = \mu_o (\vec{H} + \chi_m \vec{H})$

or, $\vec{B} = \mu_o \vec{H} (1 + \chi_m)$

$$\therefore \quad \vec{B} = \mu_o \mu_R \vec{H} \quad \text{——— (6)}$$

where, $\mu_R = 1 + \chi_m$ ——— (7), Dimensionless.

μ_R: Relative permiability of material.

*- Eq. (6) may also be written as:

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad \text{——— (8)}$$

μ: Permiability of material.

*- Comparing (6) & (8):

$$\mu = \mu_o \mu_R$$

or $\mu_R = \dfrac{\mu}{\mu_o}$, For free space, $\mu = \mu_o$, or $\mu_R = 1$.

Ex. 4: A material in which $B = 0.05\,T$, $\mu_R = 50$. Calculate the values of χ_m, M and H.

Sol.: We have: $\chi_m = \mu_R - 1$ {from ⑦}

$$\chi_m = 50 - 1 = 49$$

And, $B = \mu_R \mu_0 H$

or, $$H = \frac{B}{\mu_R \mu_0} = \frac{0.05}{50 \times 4\pi \times 10^{-7}}$$

$$H = \frac{0.05 \times 10^{7}}{50 \times 4 \times 3.14} = 7.9617 \times 10^{-5} \cdot 10^{7}$$

$$H = 796.17 \ (A/m).$$

$$M = \chi_m H = 49 \times 796.17 = 39012.33 \ (A/m)$$

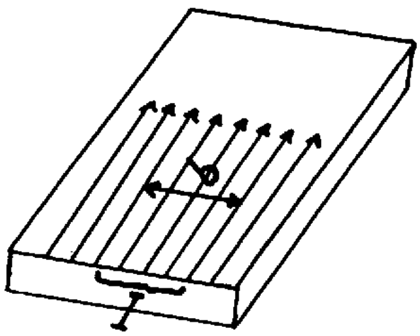
Note: Surface Current Density

*- لدينا تيار سطحي (sheet current)، وهو تيار يتواجد ويمر ضمن طبقة رقيقة جداً، يمكن تصورها على انها تمثل مساحة أو سطح. ويعبّر عنه بالكثافة التيارية السطحية (surface current density) {K} (وحدات K هي A/M [نفس وحدات H]).

*- $I = K b$ (for a uniform surface current density).

*- For a nonuniform surface current density: $I = \int K \, db$.

→ db: differential element of path b.



Magnetic Boundary Conditions

*- We have a boundary between two materials ① & ② with permiabilities μ_1 & μ_2.

*- A surface current density ($\vec{K}$) is assumed at the boundary.

*- Boundary Conditions

$$B_{N1} = B_{N2}$$

$$\frac{H_{N1}}{H_{N2}} = \frac{\mu_2}{\mu_1}$$

$$\frac{M_{N1}}{M_{N2}} = \frac{\chi_{m1}\,\mu_2}{\chi_{m2}\,\mu_1}$$

$$\frac{B_{t1}}{\mu_1} - \frac{B_{t2}}{\mu_2} = K$$

$$H_{t1} - H_{t2} = K$$

$$M_{t2} = \frac{\chi_{m2}}{\chi_{m1}} M_{t1} - \chi_{m2} K$$